

Bac 2023 Nouvelle Calédonie Jour 2

<https://labolycee.org>

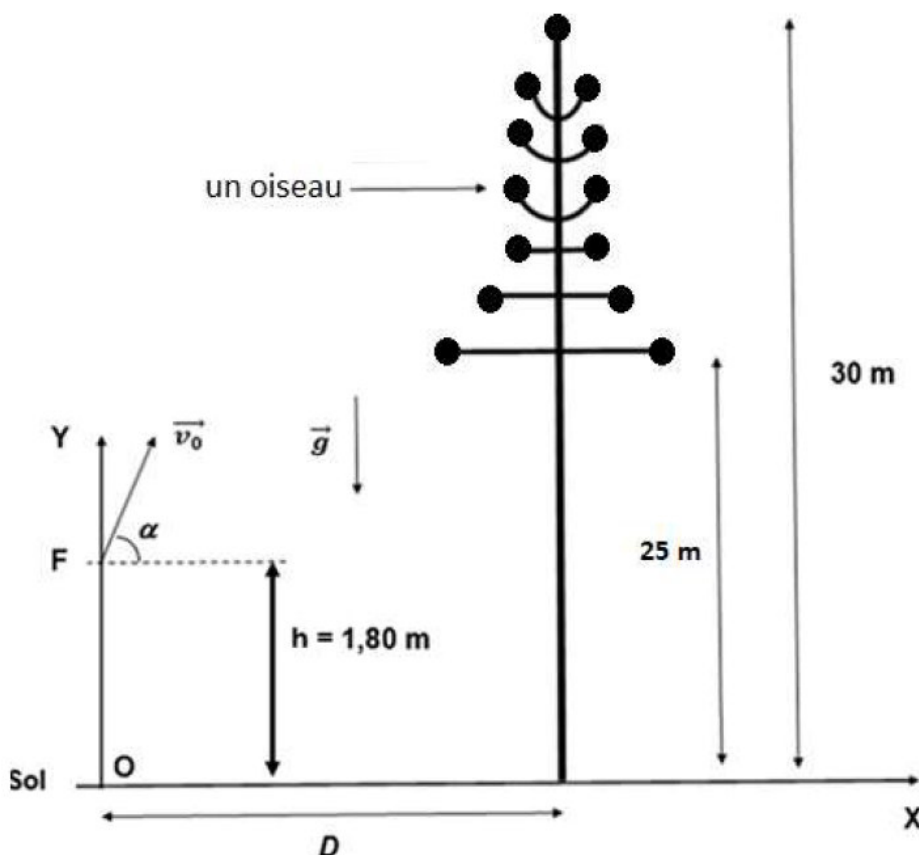
EXERCICE III – TIR À L'ARC À LA PERCHE VERTICALE (6 points)

Le tir à l'arc à la perche verticale est très répandu dans la région des Hauts de France où il est pratiqué sur des terrains prévus à cet effet (**figure 1**). L'histoire de la pratique dans cette région remonte au moyen âge et à la guerre de cent ans quand l'archerie perfectionnée par les Anglais était propagée dans le territoire.

**Figure 1** : Tir à l'arc verticalSource : www.lavoixdunord.fr

Le jeu consiste à abattre des cibles, appelées « oiseaux », situées en haut d'une perche mesurant 30 mètres, les premières cibles se trouvant à 25 mètres du sol. L'archer se positionne au bas de la perche afin d'abattre le plus d'oiseaux possibles. Les oiseaux rapportent des points selon leur position sur la perche. Pour être susceptible de marquer des points l'archer doit faire en sorte que la flèche atteigne, au niveau de la perche, une hauteur comprise entre 25 et 30 m.

Dans cet exercice, on s'intéresse au mouvement de la flèche assimilée à un point matériel de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Toutes les actions de l'air seront négligées. La situation est représentée sur la **figure 2** ci-dessous, sans souci d'échelle.

**Figure 2** : Schéma du tir à l'arc vertical**Données :**

- Masse d'une flèche : $m = 1,00 \times 10^2 \text{ g}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Partie A : Étude énergétique d'un tir vertical

L'archer tire une flèche verticalement et se demande si celle-ci dépassera le haut de la perchesitué à 30 m. On appelle H la hauteur maximale atteinte par la flèche à l'instant $t = t_H$.

À l'instant initial $t = 0$, l'archer lance sa flèche du point F. Le centre de gravité de la flèche F estsitué à une hauteur $h = 1,80$ m du sol. Un capteur mesure la vitesse initiale v_0 de la flèche etindique $v_0 = 25,0 \pm 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On néglige tous les frottements. L'origine de l'énergie potentiellede pesanteur est prise au niveau du sol.

- A.1.** Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(0)$ de la flèche à $t = 0$ en fonction de h , m , g et v_0 .
- A.2.** Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(t_H)$ de la flèche à $t = t_H$ en fonction de m, g et H .
- A.3.** En déduire que $H = h + \frac{v_0^2}{2g}$.

L'incertitude-type (H) sur H se calcule avec la relation : $u(H) = \sqrt{(u(h))^2 + \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 (u(v_0))^2}$

où $u(x)$ désigne l'incertitude-type associée à la grandeur x .

- A.4.1.** Calculer H en vous appuyant sur la question **A.3**.
- A.4.2.** Évaluer (H) sachant que $u(h) = 0,01$ m, puis donner un encadrement de la valeur de H .
- A.4.3.** Indiquer si la flèche dépasse le haut de la perche. Justifier.

Partie B : Étude de la trajectoire de la flèche lors d'un tir visant le mat

L'archer situé à une distance $D = 5,0$ m de la base de la perche essaie d'atteindre lesoiseaux situés sur le mat en tirant la flèche avec un angle de tir $\alpha = 80^\circ$. À l'instant initial $t = 0$ s, le centre de gravité de la flèche F est situé à une hauteur $h = 1,80$ m du sol. La vitesse initiale estnotée \overline{v}_0 et a pour valeur $v_0 = 25,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- B.1.** Établir le bilan des forces s'exerçant sur la flèche.
- B.2.** En utilisant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération \vec{a} de la flèche.
- B.3.** Montrer que les équations horaires du mouvement de F ont pour expression :

$$x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha) t + h$$

- B.4.** Montrer que l'équation de la trajectoire (x) de F peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (\tan \alpha) x + h$$

- B.5.** Indiquer, en justifiant, si le tir de l'archer peut lui permettre de marquer des points.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche, même non aboutie, sera valorisée

De nombreuses applications technologiques, dans des domaines très variés, reposent sur l'utilisation d'un champ électrique.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement des imprimantes à jet d'encre continu dévié, principalement utilisées pour imprimer les dates d'expiration figurant sur les produits alimentaires.



D'après le site domino-printing.com

On donne sur le schéma de la figure 1, le principe de fonctionnement de l'imprimante à jet d'encre continu dévié : le jet d'encre sort de la tête d'impression par une buse qui le décompose en très petites gouttes dont certaines sont chargées électriquement.

Celles-ci passent sous un déflecteur constitué de deux plaques P_1 et P_2 parallèles, chargées électriquement, assimilables à un condensateur plan. Ces plaques dévient les gouttes chargées de leur trajectoire initiale.

Les gouttes non chargées poursuivent quant à elles leur mouvement rectiligne vers une gouttière de recyclage et sont réintégréées dans le module d'encre afin d'être réutilisées.

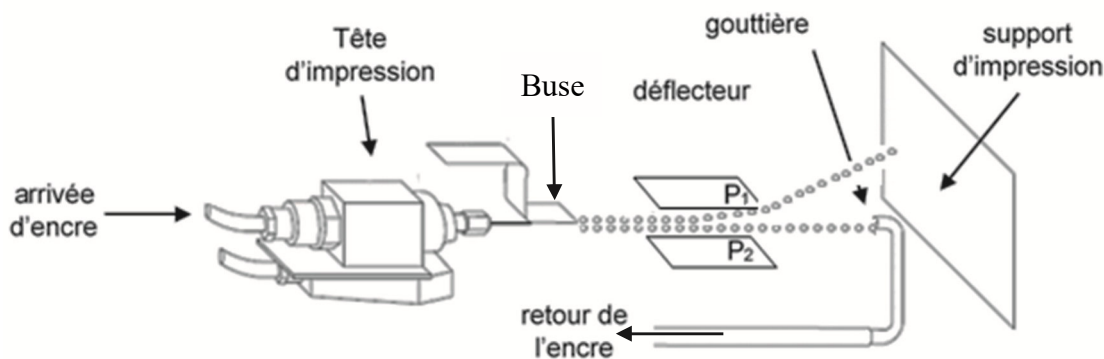


Figure 1. Schéma de principe de l'imprimante à jet d'encre continu dévié (d'après le site

Données :

- les mouvements sont étudiés dans le référentiel terrestre supposé galiléen associé au repère (O, \vec{i}, \vec{k}) représentés sur la figure 2. Les vecteurs \vec{i} et \vec{k} sont unitaires ;
- on considère que la charge électrique et la masse des gouttes d'encre restent constantes entre la buse et le support d'impression ;
- masse d'une goutte d'encre : $m = 2 \times 10^{-10}$ kg ;
- charge électrique d'une goutte : $q = -4 \times 10^{-13}$ C ;
- valeur de la vitesse d'éjection des gouttes d'encre : $v_0 = 20$ m·s⁻¹ ;
- longueur des plaques du déflecteur : $L = 2$ cm ;
- distance entre le déflecteur et le support d'impression : $D = 3$ cm ;
- le champ électrique est supposé uniforme dans le déflecteur, il s'écrit $\vec{E} = -E \cdot \vec{k}$ avec $E = 9 \times 10^5$ V·m⁻¹ ;
- le champ électrique est nul à l'extérieur du déflecteur ;
- hauteur moyenne d'un caractère imprimé : $h = 3$ mm ;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81$ m·s⁻².

On étudie le mouvement d'une goutte d'encre G, supposée ponctuelle, de masse m et de charge q négative.

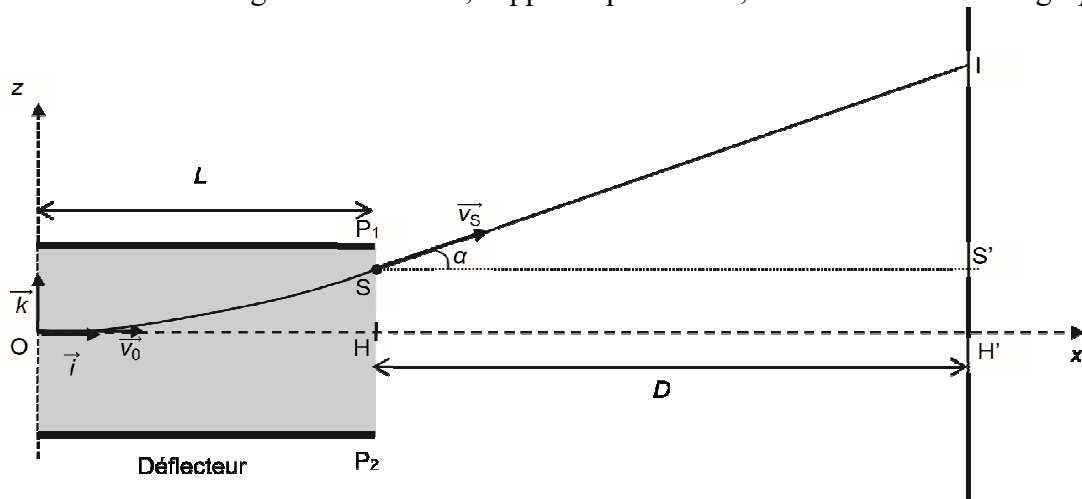


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la goutte G

À la date $t_0 = 0$ s, la goutte d'encre G pénètre dans la zone de champ électrique uniforme au niveau du point O avec une vitesse initiale notée $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$.

On suppose que l'action mécanique de l'air est négligeable devant les autres actions.

Q1. Indiquer les signes des charges portées par les plaques P_1 et P_2 sachant que la goutte chargée négativement est déviée vers le haut (sens des z croissants) puis justifier que le vecteur champ électrique \vec{E} est orienté de P_1 vers P_2 .

On suppose que la valeur du poids de la goutte d'encre G est négligeable par rapport à celle de la force électrique subie dans le déflecteur.

Q2. Établir l'expression du vecteur accélération \vec{a}_G de la goutte d'encre en fonction de la masse m , de la charge q et du vecteur champ électrique \vec{E} entre les plaques du déflecteur.

Q3. Montrer que les équations horaires $x_G(t)$ et $z_G(t)$ du mouvement de la position de la goutte d'encre G dans le déflecteur sont données par les relations :

$$\begin{cases} x_G(t) = v_0 \cdot t \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 \end{cases}$$

Q4. Exprimer la date t_S à laquelle la goutte d'encre G sort du déflecteur puis montrer que la valeur de la déviation HS est d'environ 0,9 mm.

Q5. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse \vec{v}_S de la goutte d'encre G à la date t_S .

Q6. Montrer que la valeur de l'angle α entre l'axe (Ox) et le vecteur vitesse \vec{v}_S est donnée par la relation :

$$\tan \alpha = -\frac{q \cdot E \cdot L}{m \cdot v_0^2}$$

On suppose que le mouvement de la goutte entre le point S et le support d'impression est rectiligne uniforme.

Q7. En déduire la valeur de la hauteur H'I du point d'impact I de la goutte sur le support d'impression. Commenter.

Q8. Proposer, en justifiant, plusieurs moyens permettant d'augmenter la taille du caractère imprimé sur le support d'impression.

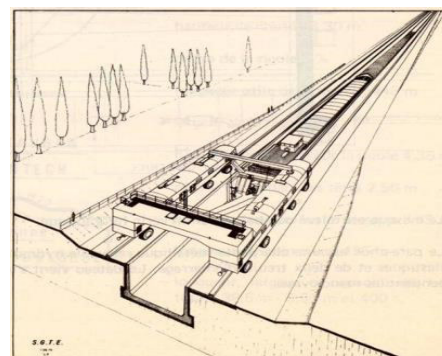
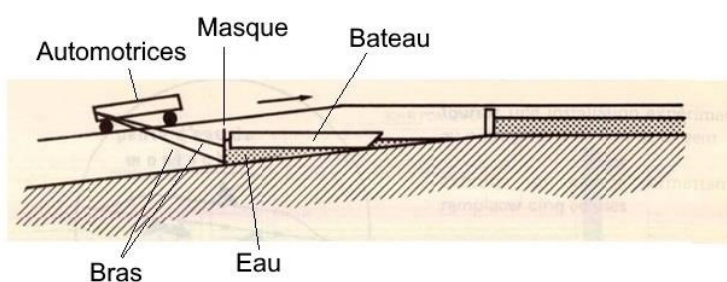
Mots-clés : étude d'un mouvement, modèle optique d'une lunette astronomique

La pente d'eau de Montech est un ascenseur à bateaux établi sur un canal latéral de la Garonne, de la commune de Montech dans le sud-ouest de la France. Hors service depuis 2009, la pente est devenue un site touristique en 2021. La pente permettait de monter ou descendre les bateaux en vingt minutes.

D'après <https://www.pentedeaudemontech.fr/>



Principe de fonctionnement de la pente d'eau de Montech

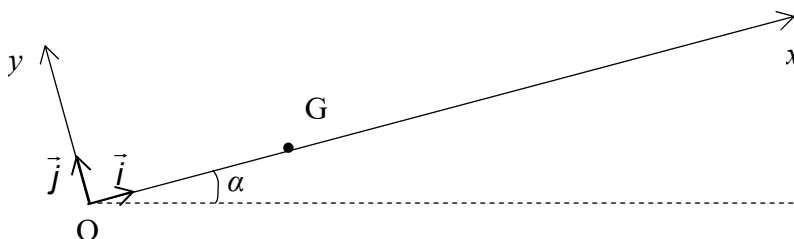


D'après Éditions de la navigation du Rhin

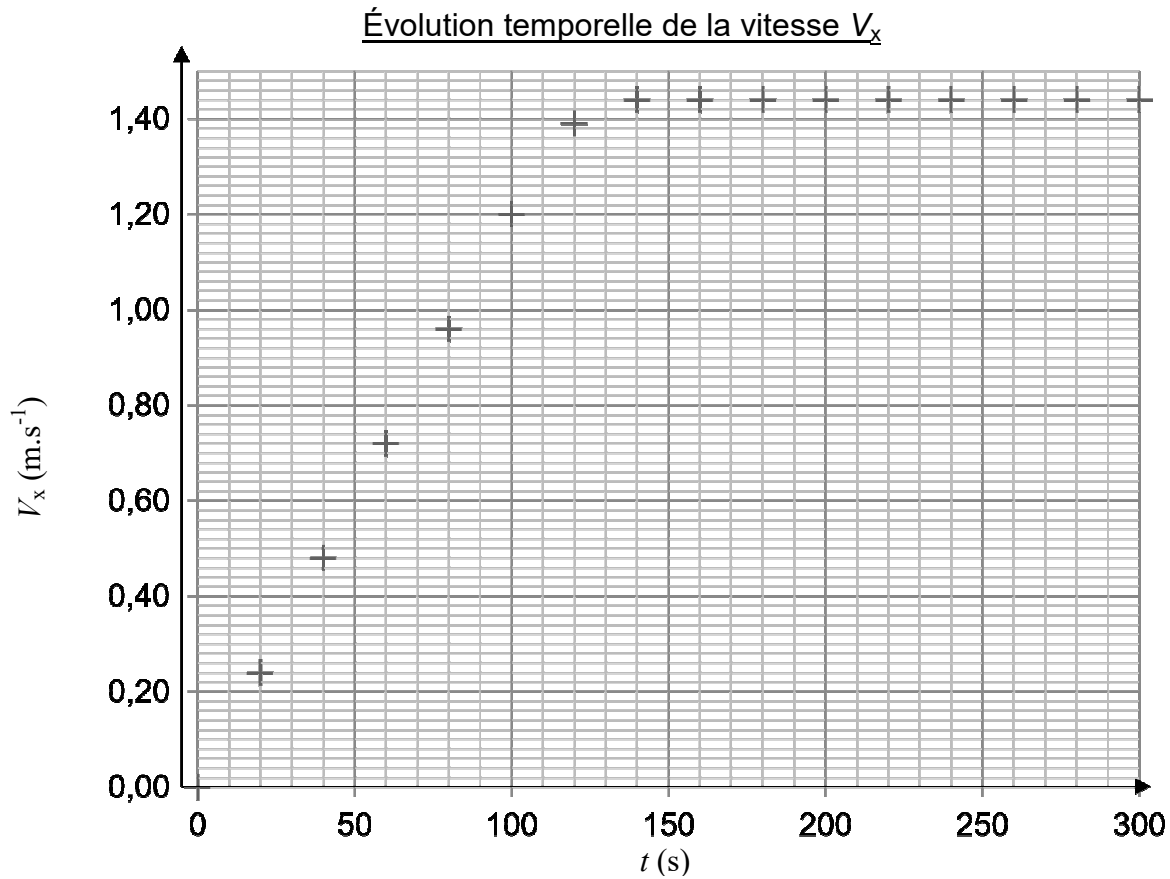
Un panneau vertical en acier appelé masque retient l'eau sur laquelle le bateau flotte. Deux automotrices, liées entre elles, poussent le système {bateau + eau + masque} par l'intermédiaire de deux bras.

A. Étude cinématique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque} de centre de masse G se déplace le long de l'axe Ox incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. À l'instant initial $t = 0$ s, le centre de masse G du système se trouve en O .



Après une accélération constante pendant 100 s, le système atteint une vitesse limite V_{140} à la date $t_{140} = 140$ s.



A.1. Donner la relation entre le vecteur accélération $\overline{a}(t)$ et le vecteur vitesse $\overline{v}(t)$ puis en déduire, en justifiant la réponse, celle entre les normes $a(t)$ et $v(t)$.

A.2. En analysant la courbe précédente, montrer que l'accélération du système est bien constante entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s et qu'elle vaut $a_0 = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. En déduire l'équation horaire de la vitesse $v(t)$ du centre de masse G du système en fonction de a_0 et t pour cette partie du mouvement.

A.3. Montrer que l'équation horaire de la position $x(t)$ du centre d'inertie G s'écrit entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s : $x(t) = \frac{1}{2} \times a_0 \times t^2$.

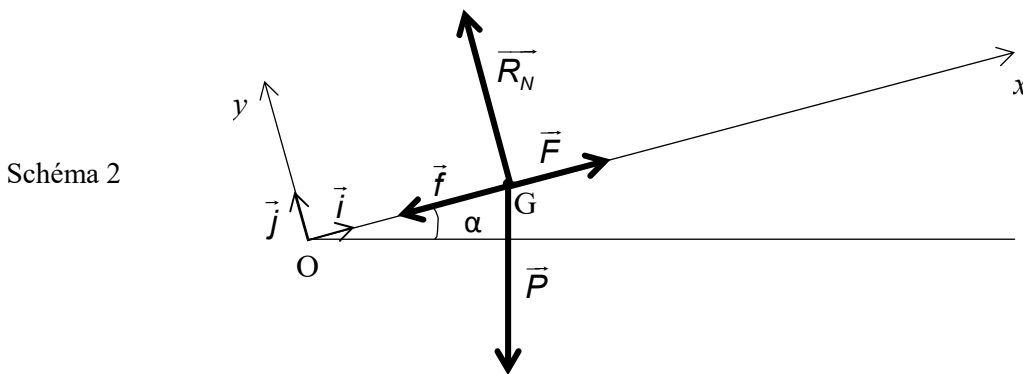
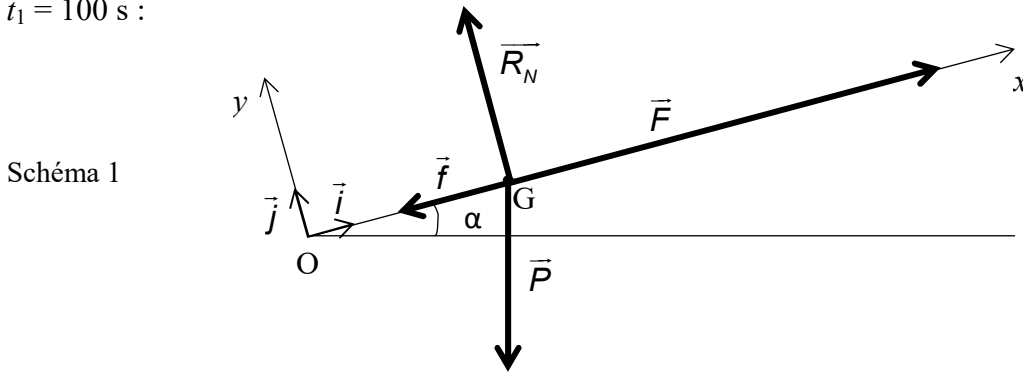
A.4. Parmi les chronophotographies A, B et C suivantes, indiquer celle qui pourrait convenir pour le mouvement du système entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s. Justifier la réponse.

	Les points représentent les positions du centre de masse G du système à des intervalles de temps réguliers. <i>Sens du mouvement</i> →
A	
B	
C	

B. Étude dynamique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque}, de centre de masse G, en se déplaçant le long de la pente d'axe Ox est soumis à quatre actions modélisées par quatre forces : son poids, la réaction normale de la pente, la force des automotrices, et la force de frottement du masque et de l'eau le long de la pente.

Deux schémas représentés ci-dessous sont proposés pour modéliser la situation mécanique entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s :



B.1. Déterminer le schéma qui représente le mieux la situation. Justifier la réponse en associant chaque vecteur force aux quatre forces décrites précédemment et en représentant la construction vectorielle de la somme des forces sur l'**annexe à rendre avec la copie**.

On s'intéresse maintenant à la phase du mouvement comprise entre $t_2 = 140$ s et $t_3 = 300$ s.

B.2. Déterminer la nature du mouvement entre t_2 et t_3 et en déduire la valeur de la somme vectorielle des forces.

Exercice A – Question B.1.

Schéma 1

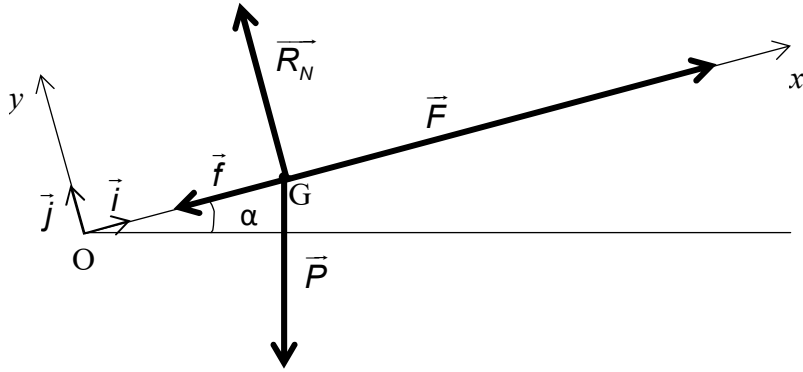
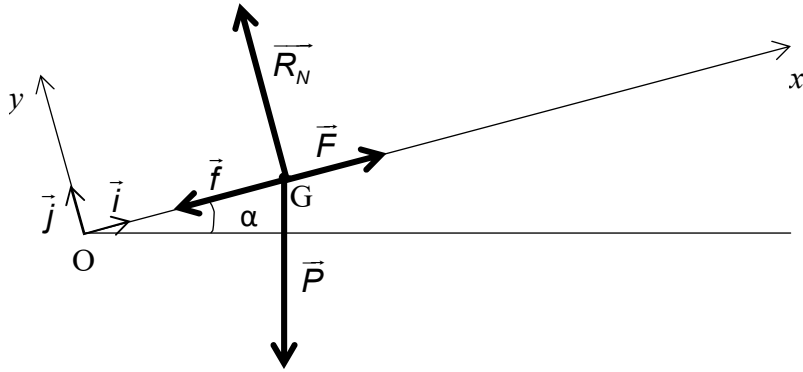


Schéma 2



Partie A : Étude énergétique d'un tir vertical

A.4. Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(0)$ de la flèche à $t = 0$ en fonction de h , m , et v_0 .

$$E_m(0) = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$$

A.5. Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(t_H)$ de la flèche à $t = t_H$ en fonction de m, g et H .

$$E_m(t_H) = mgH$$

A.6. En déduire que $H = h + \frac{v_0^2}{2g}$.

Tous les frottements étant négligés, l'énergie mécanique se conserve donc :

$$E_m(0) = E_m(t_H)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = mgH$$

$$\frac{1}{2}v_0^2 + gh = gH$$

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g}$$

A.4.4. Calculer H en vous appuyant sur la question A.3.

$$H = \frac{25^2}{2 \times 9,81} + 1,80 = 33,7 \text{ m.}$$

$\frac{25^2}{2 \times 9,81} + 1,80$
$33,65524975$

A.4.5. Évaluer (H) sachant que $u(h) = 0,01 \text{ m}$, puis donner un encadrement de la valeur de H .

$$u(H) = \sqrt{(u(h))^2 + \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 (u(v_0))^2}$$

$\sqrt{0,01^2 + \left(\frac{25}{9,81}\right)^2 * 0,5^2}$
$1,274249229$

$$u(H) = \sqrt{0,01^2 + \left(\frac{25}{9,81}\right)^2 (0,5)^2} = 2 \text{ m en majorant à 1 chiffre significatif.}$$

donc $31,7 \text{ m} \leq H \leq 35,7 \text{ m}$.

A.4.6. Indiquer si la flèche dépasse le haut de la perche. Justifier.

En tenant compte des incertitudes sur h et H : $31,7 \text{ m} \leq H \leq 35,7 \text{ m}$ donc la flèche dépasse le haut de la perche située à 30 m.

Partie B : Étude de la trajectoire de la flèche lors d'un tir visant le mat

B.6. Établir le bilan des forces s'exerçant sur la flèche.

Tous les frottements étant négligés, la flèche n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

B.7. En utilisant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération \vec{a} de la flèche.

On étudie le mouvement de la flèche, modélisée par un point matériel F de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen associé au repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'axes Ox et Oy.

La deuxième de Newton donne : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{a}$ soit $m\vec{g} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$

$$\text{D'où : } \vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

B.8. Montrer que les équations horaires du mouvement de F ont pour expression :

$$x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{donc} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \quad \text{en primitivant} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = Cte1 \\ v_y = -gt + Cte2 \end{cases}$$

Initialement : $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0$ donc $\begin{cases} Cte1 = v_0 \cos \alpha \\ 0 + Cte2 = v_0 \sin \alpha \end{cases}$ d'où : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OF}}{dt} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \quad \text{en primitivant} \quad \vec{OF} \begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t + Cte'1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + Cte'2 \end{cases}$$

Initialement : $\vec{OF}(t=0) = h\vec{j}$ donc $\begin{cases} 0 + Cte'1 = 0 \\ -0 + 0 + Cte'2 = h \end{cases}$ $\vec{OF} \begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + h \end{cases}$

B.9. Montrer que l'équation de la trajectoire (x) de F peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (\tan \alpha)x + h$$

On isole t de $x(t)$ et on reporte dans $y(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + \tan \alpha \cdot x + h$$

B.10. Indiquer, en justifiant, si le tir de l'archer peut lui permettre de marquer des points. Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche, même non aboutie, sera valorisée.

Le tir de l'archer peut lui permettre de marquer des points si pour $x = D$, $25 \text{ m} \leq y(D) \leq 30 \text{ m}$.

$$y(D) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{D}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + \tan \alpha \cdot D + h$$

$$-\frac{1}{2} * 9.81 * \left(\frac{5}{25 * \cos(80)} \right)^2 + \tan(80) * 5 + 1.80 = 23.64974266$$

$$y(D) = -\frac{1}{2} * 9.81 * \left(\frac{5,0}{25 * \cos 80} \right)^2 + \tan 80 * 5,0 + 1,80 = 24 \text{ m.}$$

(ATTENTION : calculatrice en degrés, pas en radians)

Le tir de l'archer ne lui permet pas de marquer des points car $y(D) \leq 25 \text{ m}$.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org

De nombreuses applications technologiques, dans des domaines très variés, reposent sur l'utilisation d'un champ électrique.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement des imprimantes à jet d'encre continu dévié, principalement utilisées pour imprimer les dates d'expiration figurant sur les produits alimentaires.



D'après le site domino-printing.com

On donne sur le schéma de la figure 1, le principe de fonctionnement de l'imprimante à jet d'encre continu dévié : le jet d'encre sort de la tête d'impression par une buse qui le décompose en très petites gouttes dont certaines sont chargées électriquement.

Celles-ci passent sous un déflecteur constitué de deux plaques P_1 et P_2 parallèles, chargées électriquement, assimilables à un condensateur plan. Ces plaques dévient les gouttes chargées de leur trajectoire initiale.

Les gouttes non chargées poursuivent quant à elles leur mouvement rectiligne vers une gouttière de recyclage et sont réintégrées dans le module d'encre afin d'être réutilisées.

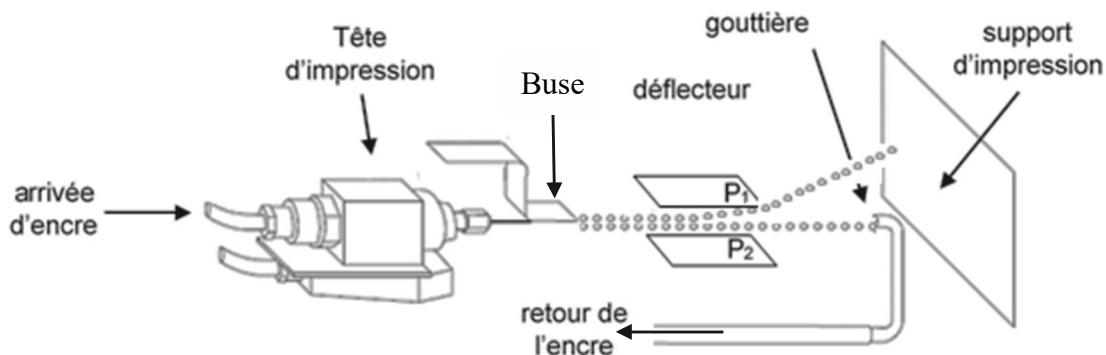


Figure 1. Schéma de principe de l'imprimante à jet d'encre continu dévié (d'après le site

Données :

- les mouvements sont étudiés dans le référentiel terrestre supposé galiléen associé au repère (O, \vec{i}, \vec{k}) représentés sur la figure 2. Les vecteurs \vec{i} et \vec{k} sont unitaires ;
- on considère que la charge électrique et la masse des gouttes d'encre restent constantes entre la buse et le support d'impression ;
- masse d'une goutte d'encre : $m = 2 \times 10^{-10}$ kg ;
- charge électrique d'une goutte : $q = -4 \times 10^{-13}$ C ;
- valeur de la vitesse d'éjection des gouttes d'encre : $v_0 = 20$ m·s⁻¹ ;
- longueur des plaques du déflecteur : $L = 2$ cm ;
- distance entre le déflecteur et le support d'impression : $D = 3$ cm ;
- le champ électrique est supposé uniforme dans le déflecteur, il s'écrit $\vec{E} = -E \cdot \vec{k}$ avec $E = 9 \times 10^5$ V·m⁻¹ ;
- le champ électrique est nul à l'extérieur du déflecteur ;
- hauteur moyenne d'un caractère imprimé : $h = 3$ mm ;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81$ m·s⁻².

On étudie le mouvement d'une goutte d'encre G, supposée ponctuelle, de masse m et de charge q négative.

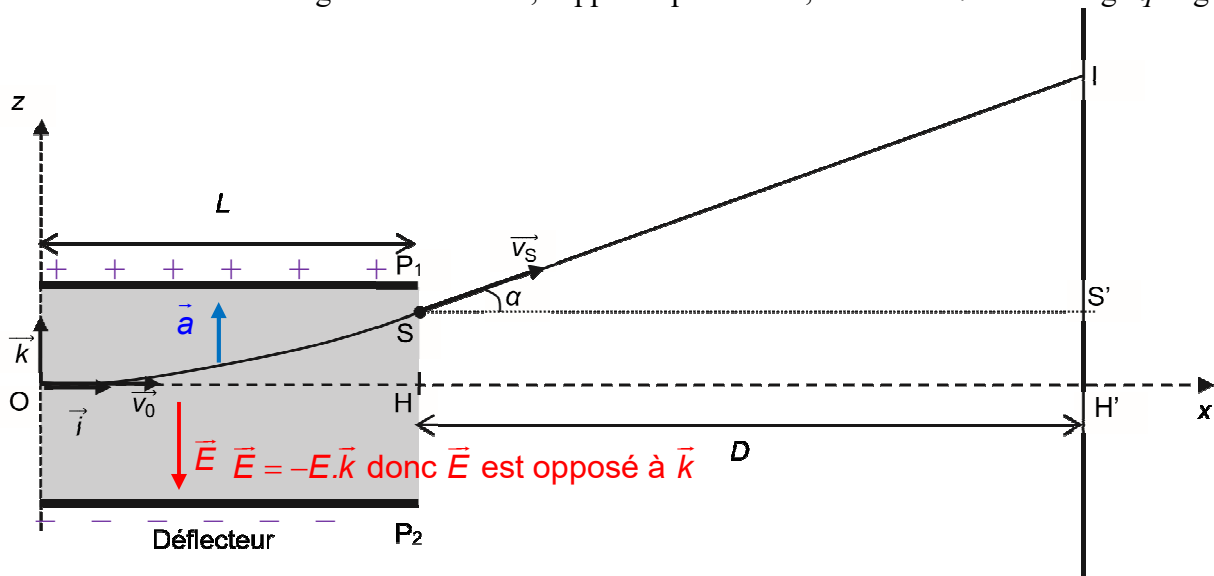


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la goutte G

À la date $t_0 = 0$ s, la goutte d'encre G pénètre dans la zone de champ électrique uniforme au niveau du point O avec une vitesse initiale notée $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$.

On suppose que l'action mécanique de l'air est négligeable devant les autres actions.

Q1. Indiquer les signes des charges portées par les plaques P1 et P2 sachant que la goutte chargée négativement est déviée vers le haut (sens des z croissants) puis justifier que le vecteur champ électrique \vec{E} est orienté de P1 vers P2.

La goutte porte une charge négative et elle est attirée vers la plaque P1 située en haut, donc la plaque P1 porte des charges de signe positif.

Le vecteur \vec{E} est toujours orienté vers la plaque chargée négativement, donc la plaque P2 porte des charges négatives, et la plaque P1 porte des charges positives. (autre possibilité : $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ avec $q < 0$ donc \vec{F}_e et \vec{E} sont opposés. \vec{F}_e est orientée vers le P1 donc \vec{E} est orienté vers P2 ou $\vec{E} = -E \cdot \vec{k}$ donc \vec{E} est opposé à \vec{k})

On suppose que la valeur du poids de la goutte d'encre G est négligeable par rapport à celle de la force électrique subie dans le déflecteur.

Q2. Établir l'expression du vecteur accélération \vec{a}_G de la goutte d'encre en fonction de la masse m , de la charge q et du vecteur champ électrique \vec{E} entre les plaques du déflecteur.

On applique la deuxième loi de Newton au système {goutte} dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

La force électrostatique prédomine sur les autres forces, alors $\vec{F}_e = m \cdot \vec{a}_G$.

$$q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \frac{q}{m} \cdot \vec{E}$$

Comme $q < 0$, le vecteur \vec{a}_G et le vecteur \vec{E} ont des sens opposés. Conseil : dessiner ces vecteurs sur la figure 2.

Q3. Montrer que les équations horaires $x_G(t)$ et $z_G(t)$ du mouvement de la position de la goutte d'encre G dans le déflecteur sont données par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_G(t) = v_0 \cdot t \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 \end{array} \right.$$

En projection du vecteur \vec{a}_G selon les axes Ox et Oz du repère et compte tenu du sens du vecteur \vec{E} et du signe négatif de q il vient :

Pourquoi ce signe - pour a_{Gz} ?
D'après la 2^e loi de Newton \vec{a} et \vec{F}_e ont même sens et même direction.

Alors il faut que $a_{Gz} > 0$ avec $q < 0$ il faut ajouter ce

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gz} = -\frac{q}{m} \cdot E > 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} \text{ donc } a_{Gx} = \frac{dv_{Gx}(t)}{dt} \text{ et } a_{Gz} = \frac{dv_{Gz}(t)}{dt}$$

$$\text{Ainsi en primitivant on obtient } \vec{v}_G \begin{cases} v_{Gx}(t) = Cte_1 \\ v_{Gz}(t) = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

$$\text{Coordonnées du vecteur vitesse initiale } \vec{v}_0 : \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$\begin{aligned} v_0 &= Cte_1 \\ 0 &= 0 + Cte_2 \end{aligned}$$

$$\text{Finalement : } \vec{v}_G \begin{cases} v_{Gx}(t) = v_0 \\ v_{Gz}(t) = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t \end{cases}$$

$$\text{À chaque instant } \vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt} \text{ donc } v_{Gx} = \frac{dx_G(t)}{dt} \text{ et } v_z = \frac{dz_G(t)}{dt}$$

$$\text{En primitivant on obtient } \vec{OG} \begin{cases} x_G(t) = v_0 \cdot t + Cte_3 \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 + Cte_4 \end{cases}$$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, la goutte est au point de coordonnées $O(x_G(0) = 0; z_G(0) = 0)$ donc :

$$\begin{aligned} 0 &= 0 + Cte_3 \\ 0 &= 0 + 0 + Cte_4 \end{aligned}$$

$$\text{Finalement, on obtient les équations horaires } \vec{OG} \begin{cases} x_G(t) = v_0 \cdot t \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 \end{cases}$$

Q4. Exprimer la date t_S à laquelle la goutte d'encre G sort du déflecteur puis montrer que la valeur de la déviation HS est d'environ 0,9 mm.

Lorsque la goutte sort du déflecteur alors son abscisse $x_G = L$.

$$L = v_0 \cdot t_S \text{ donc } t_S = \frac{L}{v_0}$$

$$\text{La déviation HS} = z_G(t_S) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t_S^2$$

$$z_G(t_S) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} * \frac{(-4E-13) * 9E5}{2E-10} * \left(\frac{2E-2}{20}\right)^2 = 9E-4}$$

$$\text{HS} = z_G(t_S) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(-4 \times 10^{-13}) \times 9 \times 10^5}{2 \times 10^{-10}} \times \left(\frac{2 \times 10^{-2}}{20}\right)^2 = 9 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,9 \text{ mm}$$

Q5. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse \vec{v}_S de la goutte d'encre G à la date t_S .

$$\vec{v}_S \begin{cases} v_{Sx}(t_S) = v_0 \\ v_{Sz}(t_S) = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t_S \end{cases}$$

Q6. Montrer que la valeur de l'angle α entre l'axe (Ox) et le vecteur vitesse \vec{v}_s est donnée par la relation :

$$\tan \alpha = -\frac{q.E.L}{m.v_0^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{v_{sz}(t_s)}{v_{sx}(t_s)} = \frac{-\frac{q}{m}.E.t_s}{v_0} = -\frac{q}{m.v_0}.E.t_s$$

On a vu en Q4 que $t_s = \frac{L}{v_0}$, donc $\tan \alpha = -\frac{q}{m.v_0}.E.\frac{L}{v_0} = -\frac{q.E.L}{m.v_0^2}$

On suppose que le mouvement de la goutte entre le point S et le support d'impression est rectiligne uniforme.

Q7. En déduire la valeur de la hauteur H'I du point d'impact I de la goutte sur le support d'impression. Commenter.

Dans le triangle rectangle SIS' rectangle en S', on a $\tan \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{S'I}{SS'}$.

$$S'I = \tan \alpha . SS'$$

$$S'I = \tan \alpha . D$$

$$H'I = H'S + S'I$$

$$H'I = HS + S'I$$

$$H'I = HS + \tan \alpha . D$$

$$H'I = HS - \frac{q.E.L}{m.v_0^2}.D$$

$$H'I = 0,9 \times 10^{-3} - \frac{(-4 \times 10^{-13}) \times 9 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-10} \times 20^2} \times 3 \times 10^{-2}$$

$$H'I = 0,9 \times 10^{-3} - (-2,7 \times 10^{-3}) = 3,6 \times 10^{-3} \text{ m} = 3,6 \text{ mm}$$

Commenter : L'énoncé indique que la hauteur moyenne des caractères est de 3 mm, donc cette valeur de 3,6 mm qui en est proche est en accord.

$\frac{(-4E-13) * 9E5 * 2E-2}{2E-10 * 20^2} * 3E-2$
$-2.7E-3$

Q8. Proposer, en justifiant, plusieurs moyens permettant d'augmenter la taille du caractère imprimé sur le support d'impression.

Il faut que H'I soit la plus grande possible.

$$H'I = HS - \frac{q.E.L}{m.v_0^2}.D \text{ avec } HS = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q.E}{m} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

$$H'I = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q.E}{m} \cdot \left(\frac{L}{v_0}\right)^2 - \frac{q.E.L}{m.v_0^2}.D$$

$$H'I = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q.E}{m} \cdot \frac{L^2}{v_0^2} - \frac{q.E.L}{m.v_0^2}.D$$

$$H'I = -\frac{q.E.L}{m.v_0^2} \cdot \left(\frac{1}{2}.L + D\right)$$

À l'aide de cette formule, on peut voir les paramètres qui influent sur H'I.

On peut augmenter L et/ou D et/ou E et/ou q .

On ne peut pas modifier la masse m de la goutte.

On peut diminuer la vitesse d'injection v_0 de la goutte.

Remarque : On demande plusieurs moyens, mais la réponse semble en réalité plus complexe.

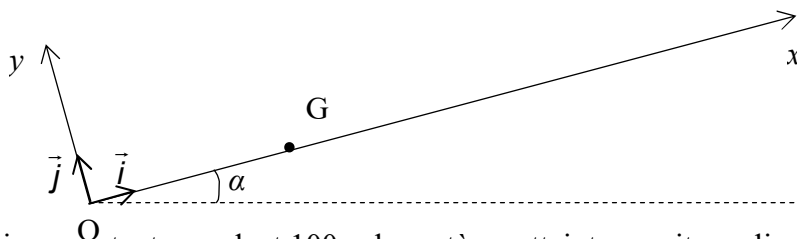
En effet on ne doit pas trop augmenter HS , sinon la goutte risque de toucher la plaque P1.

Donc il ne faut pas augmenter ni E , ni L , ni q qui modifient à la fois HS et $H'I$.

On peut seulement augmenter D qui ne modifie pas HS mais augmente $H'I$.

A. Étude cinématique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque} de centre de masse G se déplace le long de l'axe Ox incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. À l'instant initial $t = 0$ s, le centre de masse G du système se trouve en O.



Après une accélération constante pendant 100 s, le système atteint une vitesse limite V_{140} à la date $t_{140} = 140$ s.

t (s)

A.1. Donner la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ et le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ puis en déduire, en justifiant la réponse, celle entre les normes $a(t)$ et $v(t)$.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = a > 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\|\vec{a}\| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x^2} = a_x$$

Comme $a_x > 0$ et $a_y = 0$, alors on peut confondre coordonnée a_x et norme a .

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v > 0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

$$\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2} = v_x$$

Comme $v_x > 0$ et $v_y = 0$, alors on peut confondre coordonnée v_x et norme v .

$$\text{Ainsi } \vec{a}(t) = \frac{dv(t)}{dt}.$$

A.2. En analysant la courbe précédente, montrer que l'accélération du système est bien constante entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s et qu'elle vaut $a_0 = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. En déduire l'équation horaire de la vitesse $v(t)$ du centre de masse G du système en fonction de a_0 et t pour cette partie du mouvement.

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t=100) - v(t=0)}{\Delta t} \quad a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,20 - 0}{100} = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Comme $a_0 = \frac{dv}{dt}$ alors $v(t)$ est une primitive de a_0 . $v(t) = a_0 \cdot t + \text{Cte}$

À la date $t = 0$, on a $v(t=0) = 0$ donc $\text{Cte} = 0$, ainsi $v(t) = a_0 \cdot t$

A.3. Montrer que l'équation horaire de la position $x(t)$ du centre d'inertie G s'écrit entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s : $x(t) = \frac{1}{2} \times a_0 \times t^2$.

Comme $v_x = \frac{dx}{dt}$ alors $x(t)$ est une primitive de v_x . $v_x(t) = a_0 \cdot t$ $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2 + \text{Cte}_2$

À la date $t = 0$, on a $x(t=0) = 0$ donc $\text{Cte}_2 = 0$, ainsi $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2$.

A.4. On élimine la chronophotographie A qui montre des positions séparées d'une même distance, ce qui caractérise une vitesse constante.

On relève les abscisses suivantes :

Chronophotographie B :

t (unité arbitraire)	0	1	2	3	4	5
x (m)	0	1	3	6	10	15

Chronophotographie C :

t (unité arbitraire)	0	1	2	3	4	5
x (m)	0	1	4	9	16	25

x doit évoluer comme le carré du temps, si le temps est multiplié par 2 alors x est multiplié par 4.

Seule la chronophotographie C correspond (exemple : entre $t = 1$ et $t = 2$, alors x passe de 1 à 4 ; ou encore entre $t = 2$ et $t = 4$, alors x passe de 4 à 16).

B. Étude dynamique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque}, de centre de masse G, en se déplaçant le long de la pente d'axe Ox est soumis à quatre actions modélisées par quatre forces : son poids, la réaction normale de la pente, la force des automotrices, et la force de frottement du masque et de l'eau le long de la pente.

Deux schémas représentés ci-dessous sont proposés pour modéliser la situation mécanique entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s :

Schéma 1

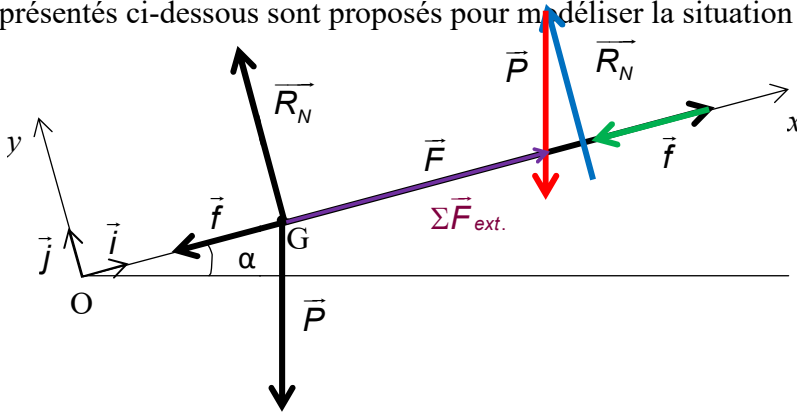
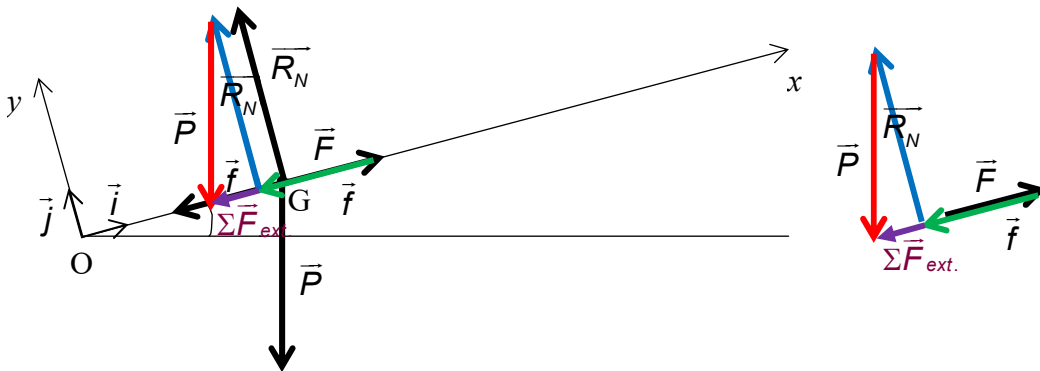


Schéma 2



B.1.

\vec{P} poids \vec{F} force des automotrices \vec{R}_N réaction normale de la pente

\vec{f} force de frottement du masque et de l'eau Voir les constructions ci-dessus.

D'après la deuxième loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$, donc $\Sigma \vec{F}_{ext}$ et \vec{a} ont même direction et même sens.

Or $a_x > 0$ donc \vec{a} est orienté vers la droite comme \vec{i} alors $\Sigma \vec{F}_{ext}$ également.

Seule le schéma 1 convient.

B.2.

Le système a atteint sa vitesse limite, il suit donc un mouvement rectiligne et uniforme $\vec{v} = \vec{Cte}$.

D'après le principe d'inertie (1^{ère} loi de Newton) si $\vec{v} = \vec{Cte}$ alors $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

Les forces se compensent.