

Faire les deux premiers exercices

Exercice 1 : champ de pesanteur uniforme

- Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de S dans le repère (Ox ; Oz).
- Établir que l'équation horaire du mouvement selon l'axe Oz s'écrit :

$$z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + H$$

- Après traitement de la vidéo d'un saut à l'aide d'un logiciel de pointage et modélisation des résultats, on obtient l'équation horaire suivante :

$$z(t) = -4,90 t^2 - 1,10 t + 49,8 \quad \text{avec } z \text{ exprimé en m et } t \text{ exprimé en s.}$$

La modélisation des résultats expérimentaux est-elle cohérente avec l'expression donnée en 2. ? Justifier à l'aide de deux arguments.

- Calculer la date à laquelle l'élastique commence à se tendre.
- En déduire la valeur de la vitesse atteinte à cet instant.
- Distance de sécurité

Lors du saut, les différentes énergies intervenant au cours du mouvement ont été calculées à l'aide des informations fournies sur la vidéo du saut. Elles ont été représentées dans la figure 1. L'énergie potentielle de pesanteur est considérée nulle quand $z = 0$.

Pour une des énergies, les calculs n'ont pu être effectués que sur la 1^{ère} phase du saut (courbe A).

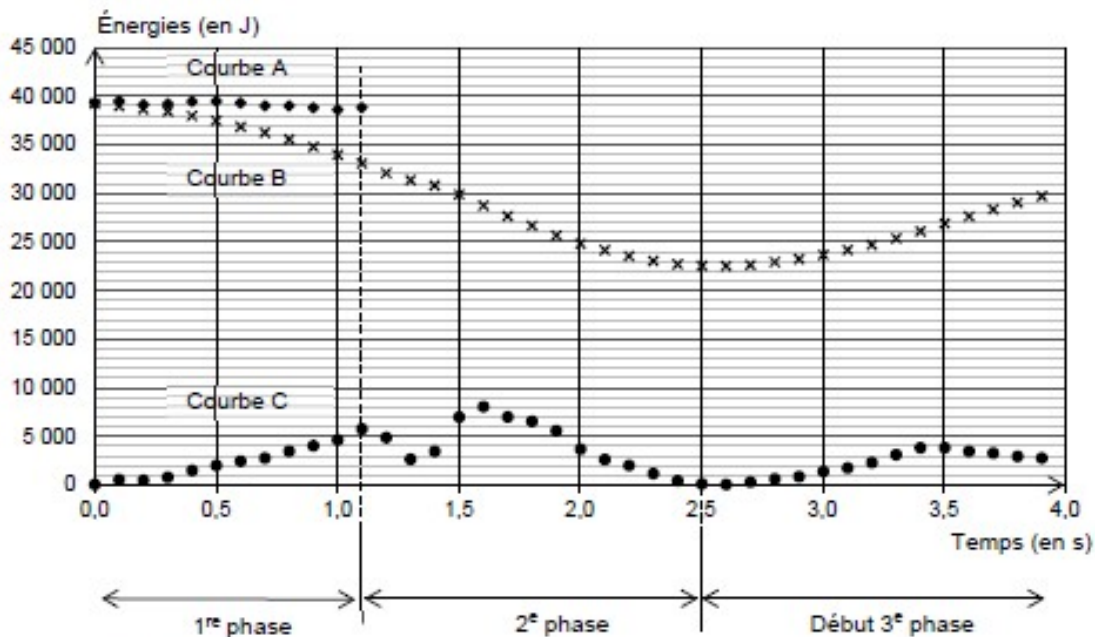


Figure 1. Courbes représentant des énergies du système au cours du temps

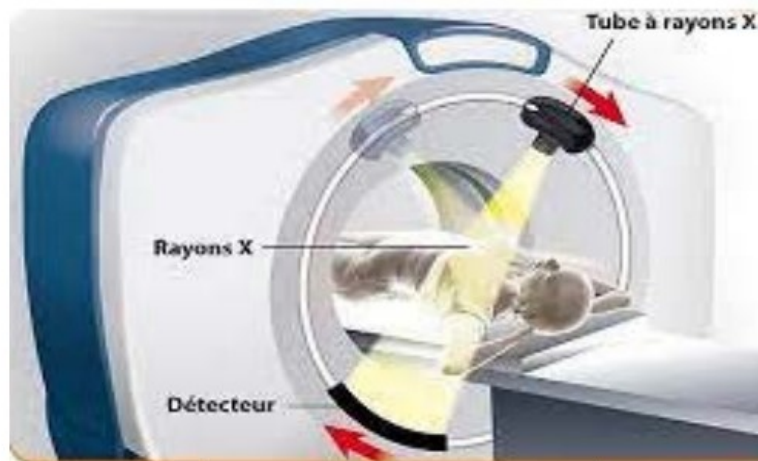
- Identifier parmi les courbes A, B, C de la figure 1 celle représentant l'énergie cinétique, celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur et celle représentant l'énergie mécanique. Justifier ces choix.
- Identifier l'(les) information(s) manquante(s) sur le système physique étudié nécessaire au tracé de la suite de la courbe A pour les deuxième et troisième phases.
- Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'élastique soit choisi tel que son étirement ΔL soit inférieur ou égal à $4 L_0$. À l'aide de la figure 1, calculer la distance maximale parcourue par le sauteur. Conclure.

Exercice 2 : champ électrique uniforme

EXERCICE B - Le scanner à rayons X (10 points)

La radiographie réalisée par un scanner à rayons X est une technique d'imagerie médicale utile dans le diagnostic de nombreuses pathologies.

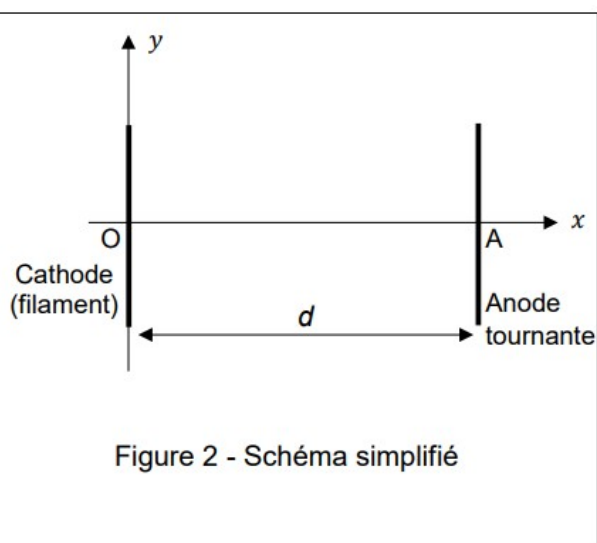
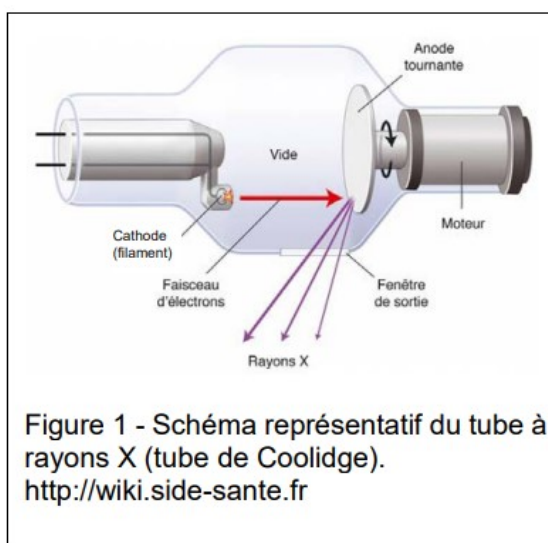
Le scanner crée un faisceau à rayons X à l'aide d'un tube à rayons X ou tube de Coolidge.



Scanner à rayons X

Dans ce tube à rayons X, une tension élevée U est maintenue entre un filament cathodique, borne négative, et une anode tournante, borne positive (figures 1 et 2). Un courant électrique provoque l'échauffement d'un filament situé à la cathode. L'agitation des électrons présents augmente et une partie d'entre eux est éjectée du filament au point O, avec une vitesse négligeable. La tension U accélère les électrons du point O vers l'anode en tungstène. Devenus très énergétiques, ils frappent l'anode, ce qui produit des rayons X.

Pour obtenir ces rayons X, chaque électron doit avoir acquis une énergie cinétique égale à $6,4 \times 10^{-15}$ J au minimum.



Le but de cet exercice est de calculer la tension minimale à appliquer entre la cathode et l'anode pour que le faisceau d'électrons parvienne à provoquer l'émission de photons X au niveau de l'anode.

On considèrera l'électron comme système d'étude assimilé à un point matériel dont on négligera le poids.

Son mouvement sera étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

À l'instant initial, l'électron est situé au point O et sa vitesse est considérée comme nulle.

Données

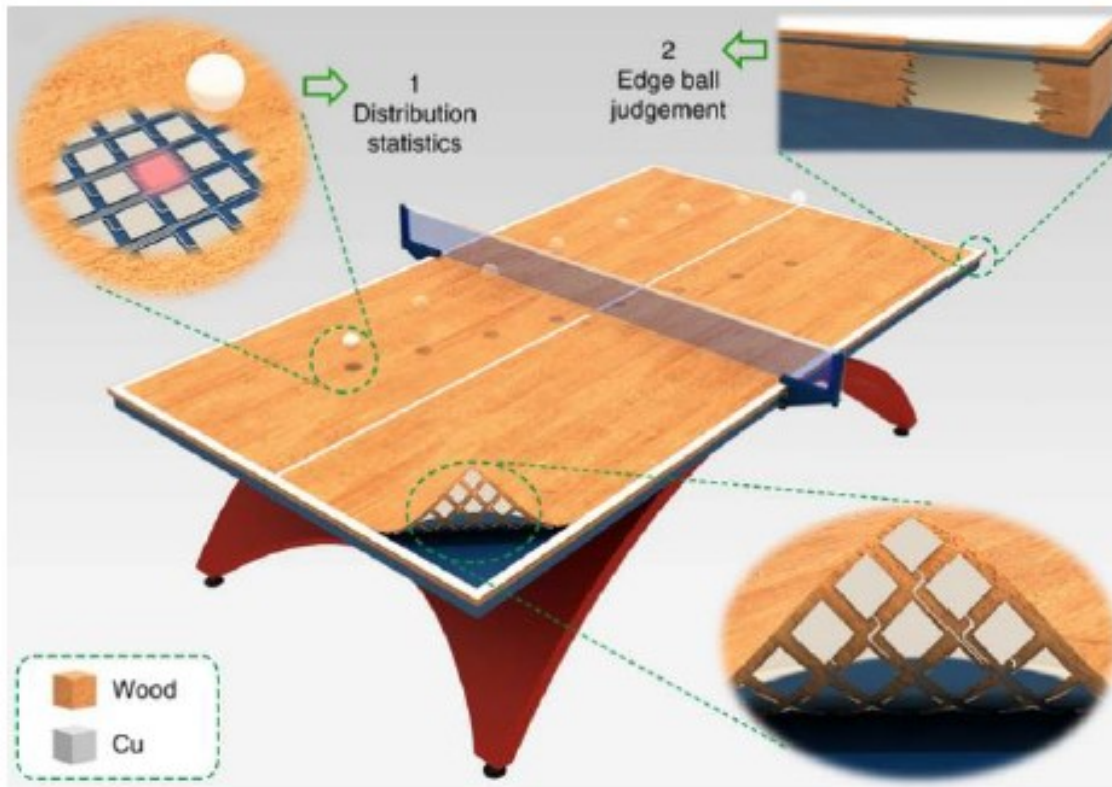
- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.
- Charge de l'électron : $q = -e = -1,6 \times 10^{-19}$ C

1. Reproduire la figure 2 puis tracer, entre la cathode et l'anode, sans préciser d'échelle :
 - le vecteur champ électrique supposé uniforme \vec{E} ,
 - la force \vec{F} que subit un électron situé en un point de l'axe (Ox).
2. Donner l'expression vectorielle de \vec{F} en fonction de e et \vec{E} .
3. Montrer que les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} de l'électron, exprimées dans le repère (Oxy) de la figure 2, sont $a_x = \frac{e \times U}{m \times d}$ et $a_y = 0$.
4. En déduire la coordonnée du vecteur vitesse de l'électron selon l'axe (Ox), notée v_x .
Établir que x s'écrit $\frac{1}{2} \times \left(\frac{e \times U}{m \times d}\right) \times t^2$.
5. Donner l'expression littérale de t_A , l'instant où l'électron atteint l'anode (au point A) située à la distance d de O.
6. Grâce aux deux questions précédentes, en déduire que l'expression de la vitesse de l'électron au niveau de l'anode est $v_A = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$.
7. Répondre à la problématique de l'exercice « trouver la tension minimale à appliquer entre la cathode et l'anode pour que le faisceau d'électron parvienne à provoquer l'émission de photons X au niveau de l'anode ».
Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

Exercice BONUS : champ de pesanteur uniforme

Mots-clés : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme, énergie mécanique ; lecture d'un programme écrit en langage Python.

Des chercheurs ont développé une table de tennis de table connectée qui permet d'identifier les points de chute d'une balle et de déterminer sa vitesse lorsqu'elle touche la table. L'analyse des données peut être utilisée pour améliorer la performance des joueurs.

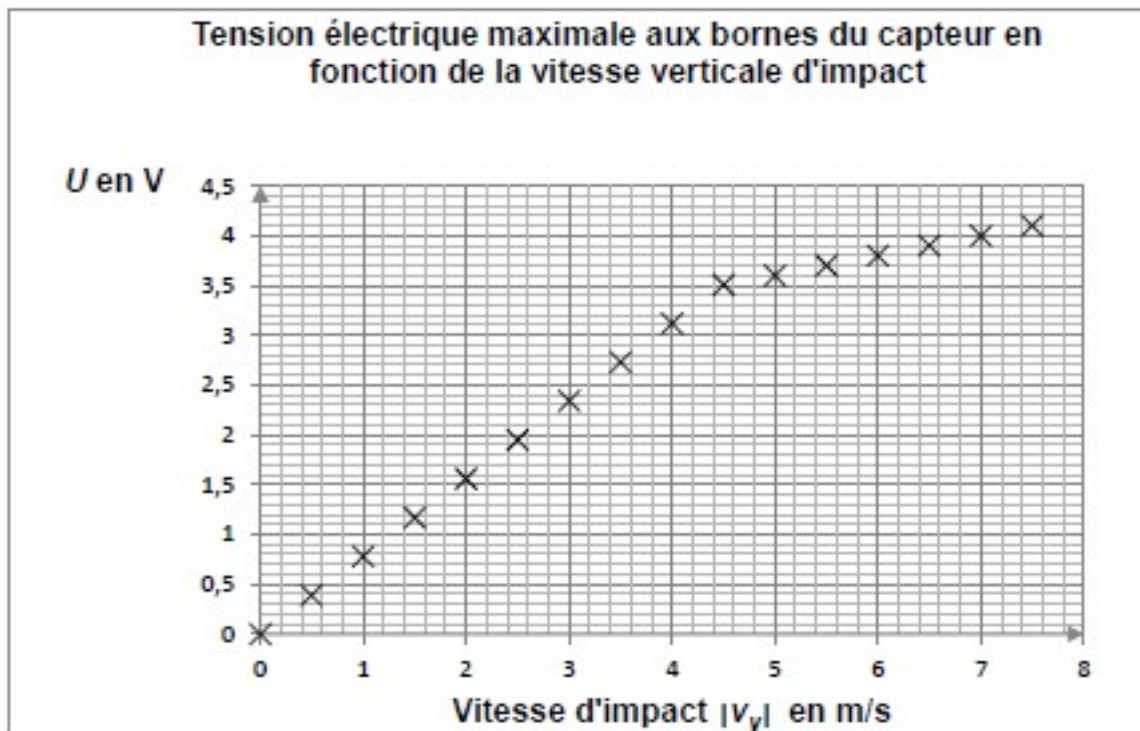


<https://www.nature.com/articles/s41467-019-13166-6>

Caractéristiques des capteurs de vitesse

La table connectée est équipée de capteurs qui convertissent les contraintes mécaniques reçues en tension électrique. Ces capteurs ont une surface sensible carrée d'environ 4 cm de côté. Lorsqu'une balle rebondit sur la surface sensible, un capteur horizontal délivre une tension variable dans le temps dont la valeur maximale U dépend de la valeur de la composante verticale de la vitesse que la balle possède juste avant de rentrer en contact avec le capteur.

Dans une étude expérimentale où le capteur est horizontal et où la verticale ascendante est la direction de l'axe Oy , on obtient les résultats résumés par le graphique suivant, où $|v_y|$ est la valeur absolue de la composante v_y de la vitesse avant l'impact.



1. Justifier que pour des vitesses d'impact $|v_y|$ inférieures à $4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, la tension électrique U est proportionnelle à $|v_y|$. En déduire dans ce domaine de vitesses la relation entre $|v_y|$ et U avec $|v_y|$ exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et U en V.

Un exemple de programme Python permettant l'affichage de la vitesse d'impact verticale à partir de la tension U est proposé ci-dessous :

```
# U est la tension maximale aux bornes du capteur en V
# v est la valeur absolue de la composante  $v_y$  de la vitesse avant
  l'impact, en m/s.
Ulim = 3.5
if U < Ulim:
    v = 1.3*U
else:
    v = 5,0*U-13
print("La vitesse d'impact est",v,"en m/s")
```

2. Expliquer la nécessité d'utiliser la variable « $U_{\text{lim}} = 3.5$ » dans le programme informatique.
3. Calculer la valeur de la vitesse d'impact affichée par ce programme pour une tension U de 4,0 V. Comparer la valeur calculée à la valeur mesurée correspondante.

Exemple d'utilisation

On étudie le mouvement d'une balle de ping pong (tennis de table) de masse $m = 2,7$ g qui évolue dans le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme. On néglige l'action de l'air.

L'étude du mouvement de la balle est réalisée dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, dans lequel on choisit un repère $(O;x;y)$ où la verticale ascendante est parallèle à l'axe Oy . La table est dans le plan $y = 0$. Le point O est au bord de la table et l'axe Ox est parallèle au grand côté de la table dont la longueur est 2,74 m.

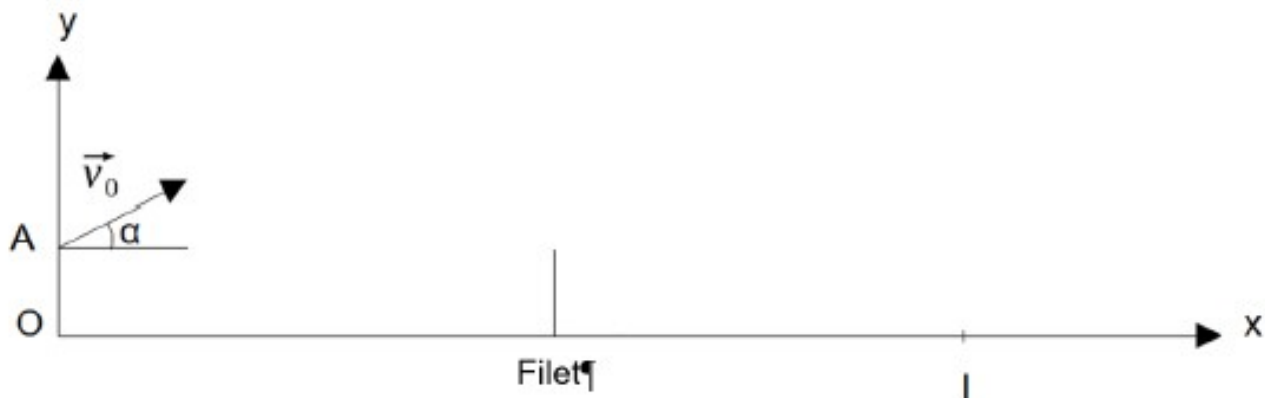
À la date $t = 0$ s, la balle est située au point A sur la verticale de O à la hauteur $h = OA = 0,10$ m.

La balle part du point A avec une vitesse $v_0 = 5,0$ m.s⁻¹ faisant un angle $\alpha = 30,0^\circ$ avec l'horizontale.

À la date t_i , elle touche la table au point d'impact I de coordonnées $(x_i;0)$.

Le document 1, tracé sans souci d'échelle, schématise la situation.

Représentation schématique du problème



Donnée

valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,8$ m.s⁻².

- La balle de ping pong est une sphère de diamètre $d = 40$ mm. On étudie le mouvement de son centre de masse, localisé au centre de la sphère. Justifier qualitativement la position de ce centre de masse.
- Indiquer, dans le cadre du modèle choisi, les caractéristiques (direction, sens et valeur) de la force appliquée à la balle pendant son mouvement.
- Montrer que les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse du centre de masse de la balle au cours de son mouvement sont données par les relations :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Déterminer les équations horaires donnant les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du centre de masse.
- L'impact de la balle sur la table a lieu à l'instant t_i valant approximativement 0,55 s. Montrer que la balle tombe sur la table.
- Calculer la valeur de la tension U délivrée par un capteur situé au point d'impact.

EXERCICE 1 Bac Métropole Juin 2021 EXERCICE A - SAUT À L'ÉLASTIQUE (5 points)
CORRECTION © <http://labolycee.org>

1. (0,75 pt) D'après la deuxième loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{Ext} = m \cdot \vec{a}$, le système {S} n'est soumis qu'à la force poids.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

En tenant compte du repère, $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

2. (1 pt) $a_z = \frac{dv_z(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant, on obtient $v_z = -g \cdot t + Cte_1$

On détermine la constante avec les conditions initiales.

Coordonnée du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 : $v_{0z} = -v_0$, ainsi on a : $Cte_1 = -v_0$

Donc $v_z = -g \cdot t - v_0$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\vec{OS}}{dt}$ soit $v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + Cte_2$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le système est à l'altitude $z = H$ donc $Cte_2 = H$.

Finalement $z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + H$

3. (0,5 pt) $z(t) = -4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8$

Cette modélisation est cohérente. Par analogie, elle donne $H = 49,8$ m or l'énoncé donne une valeur d'environ 50 m qui convient bien.

Et toujours par analogie, $-\frac{1}{2}g = -4,90$, ce qui donne $g = 9,80$ contre une valeur théorique très proche égale à $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

4. (0,75 pt) L'élastique mesurant $L_0 = 8,0$ m, il commence à se tendre quand $z = H - L_0$.

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8 = 50 - 8,0$$

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 7,8 = 0$$

$$\Delta = (-1,10)^2 + 4 \times 4,90 \times 7,8 = 154,09$$

$$t_1 = \frac{1,1 - \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = 1,2 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{1,1 + \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = -1,4 \text{ s}$$

On peut aussi utiliser la calculatrice pour résoudre cette équation. Voir ce tutoriel <http://acver.fr/ti2nddeg>

On ne retient que la solution positive

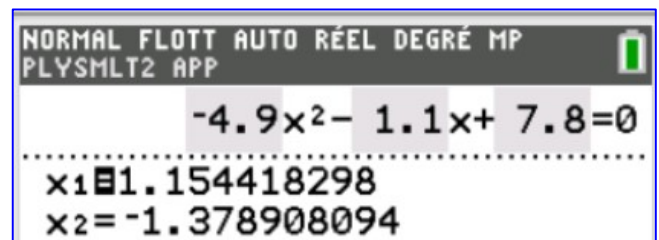
$$t_1 = 1,2 \text{ s}$$

5. (0,25 pt) $v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

$$v_z(t) = -9,80 \cdot t - 1,10$$

Avec $t = t_1$, $v_z(t_1) = -9,80 \times 1,1544 - 1,10 = -12,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$v = \sqrt{v_z^2} = 12,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



6.1. (0,5 pt)

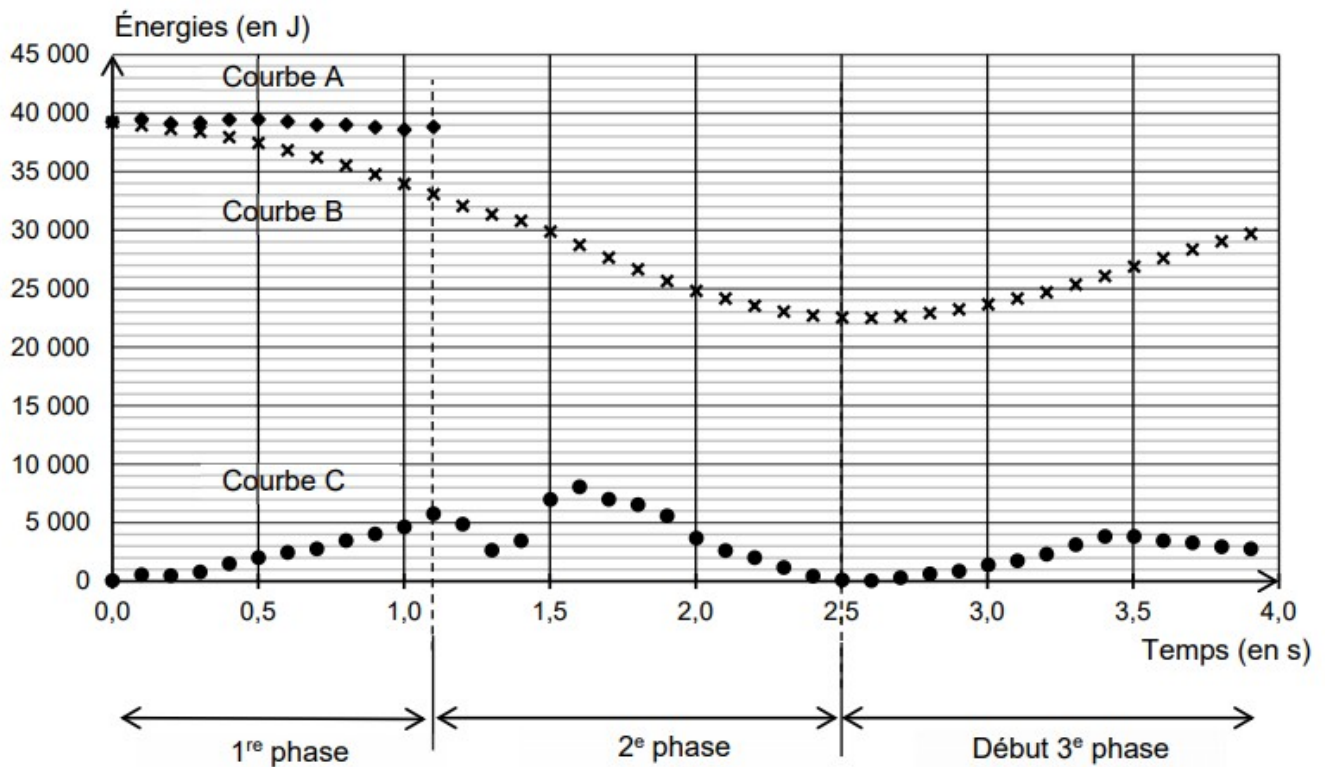


Figure 1. Courbes représentant des énergies du système au cours du temps

Énergie potentielle de pesanteur :

À $t = 0$ s, $z = H = 50$ m donc $E_{PP}(0) = m.g.H$

$$E_{PP} = 80 \times 9,81 \times 50 = 3,9 \times 10^4 \text{ J}$$

Puis au cours du temps, l'altitude diminue donc E_{PP} diminue.

Cela correspond à la courbe B.

Énergie cinétique :

Au départ la vitesse est faible, proche de $1,10 \text{ m.s}^{-1}$.

$$E_C = \frac{1}{2} . m . v^2$$

$$E_C = 0,5 \times 80 \times 1,10^2 = 48 \text{ J.}$$

Cela correspond à la courbe C.

Énergie mécanique : $E_m = E_C + E_{PP}$

Elle correspond à la courbe A.

6.2. (0,5 pt)

Lors des deuxième et troisième phases, alors la force exercée par l'élastique entre en jeu. Or nous n'avons pas d'information à ce propos.

6.3. (0,75 pt)

La distance maximale parcourue par le sauteur correspond à son altitude minimale, donc à une énergie potentielle de pesanteur minimale. La figure 1, montre $E_{PP_{\min}} = 22\,500 \text{ J}$.

On calcule l'altitude minimale.

$$E_{PP_{\min}} = m.g.z_{\min}$$

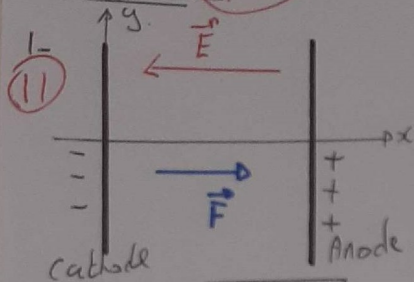
$$z_{\min} = \frac{E_{pp_{\min}}}{m.g}$$

$$z_{\min} = \frac{22500}{80 \times 9,81} = 28,7 \text{ m} = 29 \text{ m}$$

Le sauteur est parti d'une altitude de 50 m, il est descendu jusqu'à 29 m. Il a parcouru $50 - 29 = 21$ m.

Cette distance est effectivement plus faible que $4.L_0 = 32$ m. Le critère de sécurité a été respecté.

Exercice 2 (7,5)



2. $\vec{F} = q\vec{E}$ $\vec{F} = -e\vec{E}$
 ① \vec{F} opposée à \vec{E}

3. Deuxième loi de Newton dans le référentiel Terrestre Galiléen

① $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ } $m \cdot \vec{a} = -e\vec{E}$
 $m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} eE \\ 0 \end{pmatrix}$ } $m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = -e \begin{pmatrix} -E \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{cases} a_x = \frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}$ } $\begin{cases} a_x = \frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}$
 or $E = U/d$ donc $a_x = \frac{eU}{m \cdot d}$

4. l'accélération et la dérivée de la vitesse

① par intégration $v_x = \frac{eU}{m \cdot d} t + v_{0x}$ $v_{0x} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ("sa vitesse est considérée nulle au point 0")
 la vitesse est la dérivée de la position.
 par intégration $x = \frac{eU}{m \cdot d} \cdot \frac{t^2}{2} + x_0$ $x_0 = 0 \text{ m}$. (position 0 à l'instant $t=0$)

① 5. $x = d$ à $t = t_A$ (1) devient: $d = \frac{eU}{m \cdot d} \cdot \frac{t_A^2}{2} \Rightarrow$ $t_A = \sqrt{\frac{2m \cdot d^2}{eU}}$

6. $v_x(t = t_A) = \frac{eU}{m \cdot d} \cdot t_A$

① $v_x(t = t_A) = \frac{eU}{m \cdot d} \sqrt{\frac{2m \cdot d^2}{eU}}$

$v_x(t = t_A) = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

7. Energie cinétique, à $t = t_A$, accumulée par l'électron:

①①① $E_c(t = t_A) = \frac{1}{2} m v_A^2$

$E_c(t = t_A) = \frac{1}{2} m \cdot \frac{2eU}{m}$

$E_c(t = t_A) = eU$

$\left. \begin{cases} E_c(t = t_A) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot U \\ E_c(t = t_A) = 6,4 \cdot 10^{-15} \text{ J} \end{cases} \right\} \Rightarrow U = \frac{6,4 \cdot 10^{-15}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \underline{\underline{4,0 \cdot 10^4 \text{ V}}}$

Exercice BONUS

Centres étrangers 2 2022 Jour 1

Correction © <https://labolycee.org>

Spécialité physique-chimie

EXERCICE B. UNE TABLE DE TENNIS DE TABLE CONNECTÉE (5 pts, 53 minutes)

Mots-clés : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme, énergie mécanique ; lecture d'un programme écrit en langage Python.

1. Justifier que pour des vitesses d'impact $|v_y|$ inférieures à $4,5 \text{ m.s}^{-1}$, la tension électrique U est proportionnelle à $|v_y|$. En déduire dans ce domaine de vitesses la relation entre $|v_y|$ et U avec $|v_y|$ exprimée en m.s^{-1} et U en V.

Pour $|v_y| < 4,5 \text{ m.s}^{-1}$, la courbe représentative de U en fonction de $|v_y|$ est une droite passant par l'origine, ce qui traduit la proportionnalité entre U et $|v_y|$.

On a $U = k \cdot |v_y|$

On détermine le coefficient directeur k de cette droite à l'aide du point de coordonnées ($|v_y| = 3,0 \text{ m.s}^{-1}$; $U = 2,35 \text{ V}$).

$$k = \frac{U}{|v_y|}$$

$$k = \frac{2,35}{3,0} = 0,78 \quad \text{ainsi } U = 0,78 \times |v_y|$$

$$\text{ou } |v_y| = \frac{3,0}{2,35} \cdot U$$

$$|v_y| = 1,3 \cdot U$$

2. Expliquer la nécessité d'utiliser la variable « $U_{\text{lim}} = 3,5$ » dans le programme informatique.

La relation entre $|v_y|$ et U n'est pas la même selon la valeur de U .

Pour $U < 3,5 \text{ V}$, on a établi $|v_y| = 1,3 \cdot U$.

Mais si $U > 3,5 \text{ V}$, alors U et $|v_y|$ ne sont plus proportionnelles, elles sont liées par une fonction affine.

3. Calculer la valeur de la vitesse d'impact affichée par ce programme pour une tension U de $4,0 \text{ V}$. Comparer la valeur calculée à la valeur mesurée correspondante.

Comme $U > U_{\text{lim}}$, alors on a $v = 5,0 \cdot U - 13$.

$$v = 5,0 \times 4,0 - 13 = 7,0 \text{ m.s}^{-1}$$

Par lecture graphique sur la courbe, on vérifie bien que pour $U = 4,0 \text{ V}$ alors $|v_y| = 7,0 \text{ m.s}^{-1}$.

4. La balle de ping pong est une sphère de diamètre $d = 40 \text{ mm}$. On étudie le mouvement de son centre de masse, localisé au centre de la sphère. Justifier qualitativement la position de ce centre de masse.

La masse de la balle est répartie de façon homogène sur la sphère qui la constitue. Ainsi son centre de masse est bien localisé au centre de la sphère.

5. Indiquer, dans le cadre du modèle choisi, les caractéristiques (direction, sens et valeur) de la force appliquée à la balle pendant son mouvement.

On néglige l'action de l'air, ainsi la balle n'est soumise qu'à la force poids de direction verticale, de sens vers le bas et de valeur $P = m \cdot g = 2,7 \times 10^{-3} \times 9,8 = 2,6 \times 10^{-2} \text{ N}$.

6. Montrer que les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse du centre de masse de la balle au cours de son mouvement sont données par les relations :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

On applique la deuxième loi de Newton au système {balle} de masse m .

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

\vec{g} étant vertical et orienté vers le bas alors $\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{pmatrix}$

Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on primitive pour obtenir les coordonnées de \vec{v}

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = C_1 \\ v_y = -g \cdot t + C_2 \end{pmatrix}$$

En tenant compte des conditions initiales, à $t = 0$ s, $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$, on en déduit

que $C_1 = v_0 \cdot \cos \alpha$ et $C_2 = v_0 \cdot \sin \alpha$.

Finalement $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

7. Déterminer les équations horaires donnant les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du centre de masse.

On nomme M le centre de la balle, on a $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$, on primitive pour trouver les coordonnées de \vec{OM} .

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + C_3 \\ y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + C_4 \end{pmatrix}$$

En tenant compte des conditions initiales, à $t = 0$ s, le centre de la balle est au point A ($x_A = 0$; $y_A = h$), on en déduit que $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + h \end{pmatrix}$$

8. L'impact de la balle sur la table a lieu à l'instant t_i valant approximativement 0,55 s. Montrer que la balle tombe sur la table.

$$x(t_i) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_i$$

$$x(0,55) = 5,0 \times \cos 30,0 \times 0,55 = 2,4 \text{ m}$$

Attention : calculatrice en degrés

Cette valeur est inférieure à la longueur de la table (2,74 m), ainsi la balle tombe bien sur la table.

9. Calculer la valeur de la tension U délivrée par un capteur situé au point d'impact.

$$U = \frac{2,35}{|3,0|} \times |v_y| = 0,78 \times |-g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha|$$

$$U = \frac{2,35}{|3,0|} \times |-9,8 \times 0,55 + 5,0 \times \sin 30,0| = \frac{2,35}{|3,0|} \times |-2,89| = 2,3 \text{ V}$$

$-9.8 \times 0.55 + 5 \times \sin(30)$	$-2.89 \text{E}0$
Rep $\frac{2.35}{3}$	$-2.263833333 \text{E}0$

