DEVOIR SURVEILLE N°5 **PHYSIQUE-CHIMIE**

Terminale Générale Scientifique DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2h00**

EXERCICE 1 commun à tous les candidats (10 points)

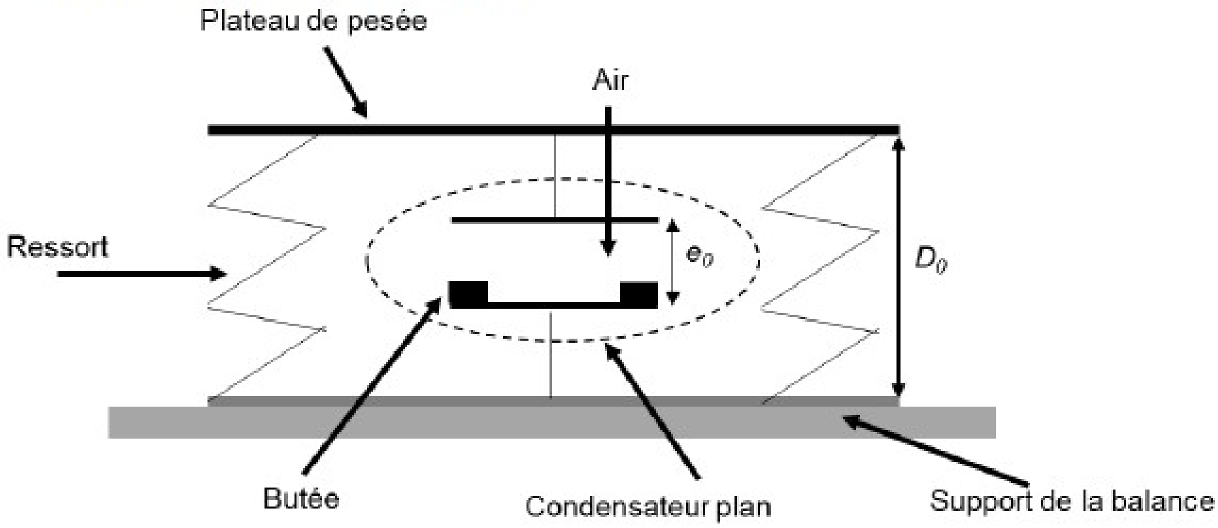
QUELQUES UTILISATIONS DU CONDENSATEUR

Cet exercice s'attache à présenter deux applications des condensateurs.

Partie 1. La balance capacitive

Dans la vie quotidienne, certaines balances électroniques utilisent un capteur à capacité variable afin de mesurer la masse des objets. Pour comprendre le fonctionnement d'un tel dispositif, on envisage dans cette partie une modélisation très simplifiée dans laquelle la balance est modélisée par un condensateur comportant une armature mobile reliée au plateau de pesée et une armature fixe reliée au support de la balance.

Modélisation simplifiée d'une balance de laboratoire
Le modèle étudié est schématisé ci-dessous.



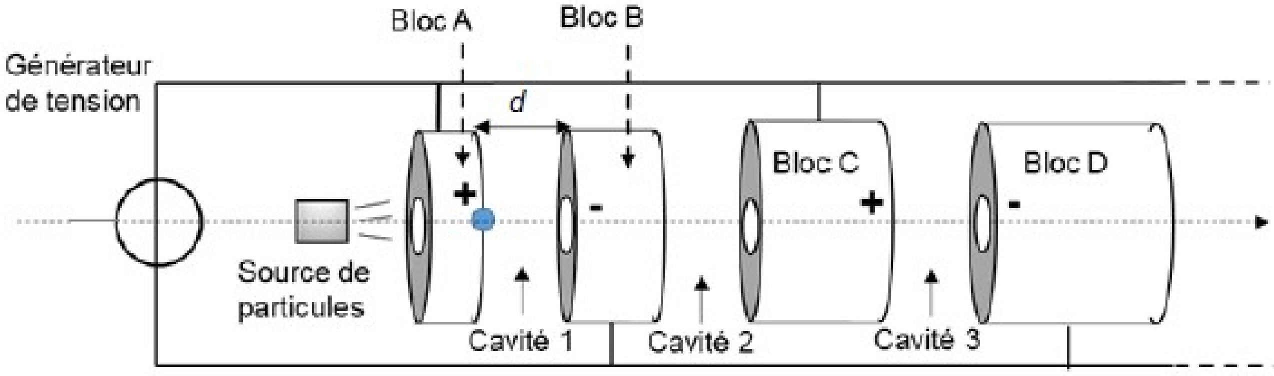
Lorsque la balance est à vide (sans masse sur le plateau), la distance entre les deux armatures est notée e_0. Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau de pesée, les armatures du condensateur se rapprochent, modifiant alors la valeur de sa capacité C. Les deux armatures ne peuvent pas entrer en contact grâce à la présence de petites butées de taille négligeable devant e_0.

La mesure de la capacité C par un dispositif électronique permet alors de déterminer la masse M de l'objet.

Partie 2. Accélérateur linéaire de particules

On s'intéresse dans cette partie à un accélérateur linéaire de particules constitué de blocs métalliques cylindriques séparés par des cavités vides, et comprenant au voisinage de leur axe un passage tubulaire dans lequel les particules chargées peuvent se déplacer.
Les particules, ici des protons, sont accélérées dans les cavités, où règne un champ électrique $\vec{E}$. Dans les passages tubulaires, le champ électrique est nul. Toutes les cavités ont la même longueur d.

Dans cet exercice, on étudie le mouvement d'un proton.



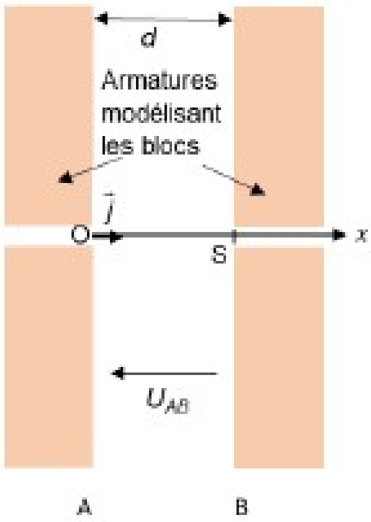
Les protons sont émis par une source avec une vitesse négligeable.

Données :
- masse d'un proton : $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;
- charge électrique élémentaire : $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ;
- expression de la norme du vecteur champ électrique : $E = \frac{|U|}{d}$, où U représente la tension entre deux blocs consécutifs et d la distance les séparant.

1. Modélisation par un condensateur plan

L'ensemble constitué par une cavité et deux blocs adjacents peut être modélisé par un condensateur plan (voir schéma ci-contre) relié à un générateur délivrant une tension continue $U_{AB} = 1$ kV.
On étudie l'accélération d'un proton à l'intérieur de la cavité.

Un proton de charge $q = e$ entre dans la cavité, en O, à la date $t_0 = 0{,}0$ s avec une vitesse initiale nulle et atteint l'armature B au point S avec une vitesse v_S.



1.1. Préciser le signe des charges portées par les armatures A et B du condensateur si on souhaite que le proton soit accéléré entre ces deux armatures. Justifier la réponse.

1.2. Exprimer la norme F_e de la force électrique modélisant l'action exercée sur le proton entre les armatures du condensateur. Exprimer le résultat en fonction de U_{AB}, q et d.

On montre que le travail de la force électrique $\overrightarrow{F_e}$ entre les points O et S est : $W_{OS} = q \cdot U_{AB}$.

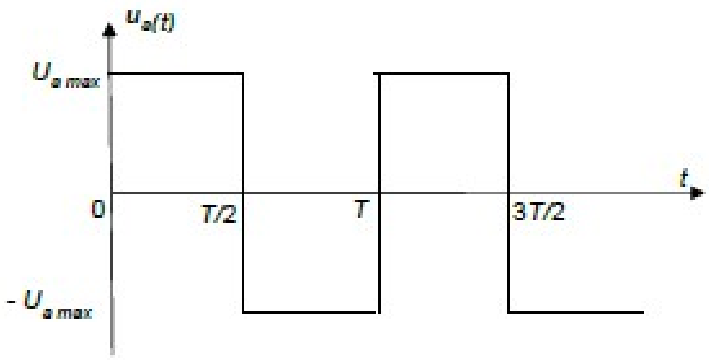
1.3. Exploiter le théorème de l'énergie cinétique pour montrer que la vitesse du proton au point S est $v_S = \sqrt{\dfrac{2\ q\ U_{AB}}{m_p}}$.

Vous pouvez traiter cette question à l'aide de la deuxième de Newton et des équations horaires associées.

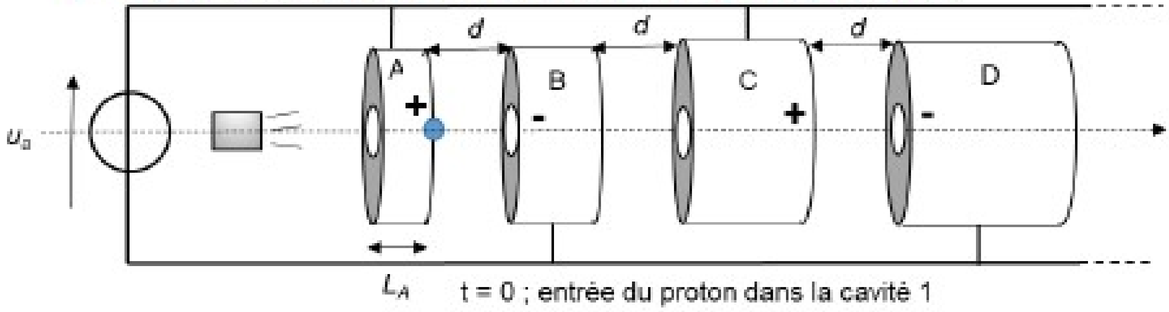
1.4. Calculer la valeur de v_S.

2. Constitution de l'accélérateur linéaire de particules

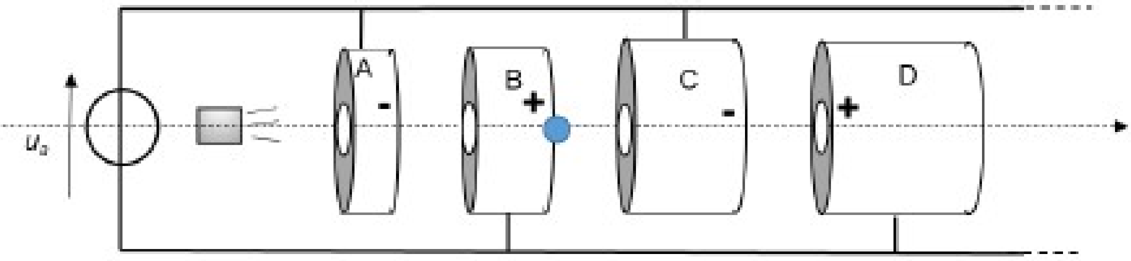
Pour que l'accélération se poursuive dans les différentes cavités, la polarité de chaque tube est alternativement positive et négative : pour cela, le générateur délivre une tension $u_a(t)$ alternative de période $T = 5{,}0 \times 10^{-7}$ s.



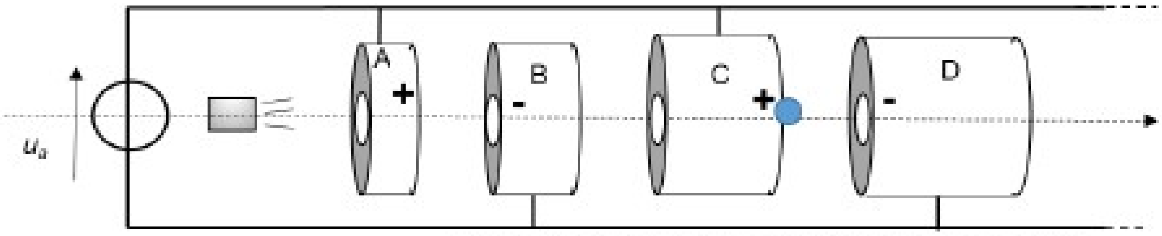
Les schémas ci-dessous représentent la position du proton à différents instants.



t = 0 ; entrée du proton dans la cavité 1



t = T/2 = $2{,}5\times10^{-7}$ s ; entrée du proton dans la cavité 2



t = T = $5{,}0\times10^{-7}$ s ; entrée du proton dans la cavité 3

On note *d* la distance entre deux blocs, L_A la longueur bloc A, L_B la longueur du bloc B, etc.

2.1. Justifier la nécessité de changer le signe de la tension entre les blocs B et C lors du passage de la particule de la première cavité à la deuxième.

Dans un bloc, le mouvement d'une particule est supposé rectiligne uniforme.

2.2. Justifier que le proton doit parcourir la longueur d'un bloc plus la longueur d'une cavité en $2{,}5\times10^{-7}$ s.

2.3. Expliquer qualitativement pourquoi les blocs sont de plus en plus longs dans l'accélérateur linéaire.

Dans les années 1970, l'accélérateur linéaire de protons de Los Alamos (USA), long de 800 m, permettait d'obtenir des protons d'énergie égale à 8,0 MeV à l'aide d'une tension $u_a(t)$ caractérisée par $U_{a\,max}$ = 1 kV. On rappelle que : 1 eV = $1{,}6\times10^{-19}$ J.

2.4. Déterminer le nombre de cavités accélératrices nécessaires pour qu'un proton atteigne une énergie égale à 8,0 MeV. On considère que le gain en énergie cinétique est identique pour toutes les cavités.

EXERCICE B – MESURE DE LA MASSE DE JUPITER ET DU SOLEIL (5 points)
<u>Mots-clés</u> : Lois de Newton, gravitation, mouvement des planètes et des satellites

En 1610, Galilée a été le premier à observer les quatre principaux satellites de Jupiter (Io, Europe, Ganymède et Callisto) en utilisant une lunette astronomique qu'il avait lui-même fabriquée.


Les lunettes de Galilée (musée de Florence)

À la suite de Galilée, les observations de ces quatre satellites ont permis de réaliser les mesures regroupées dans le tableau ci-dessous.

Satellite	Période de révolution T en jours (j)	Demi-grand axe a de la trajectoire elliptique ($\times 10^5$ km)
Io	1,75	4,22
Europe	3,55	6,71
Ganymède	7,16	10,7
Callisto	16,7	18,8

À l'aide d'un tableur, on a positionné les mesures dans un graphique donnant les variations de T^2 en fonction de celles de a^3 pour les quatre satellites de Jupiter. Le tableur permet de superposer à ces points de mesure une modélisation par une droite (Cf. figure 1 ci-dessous).

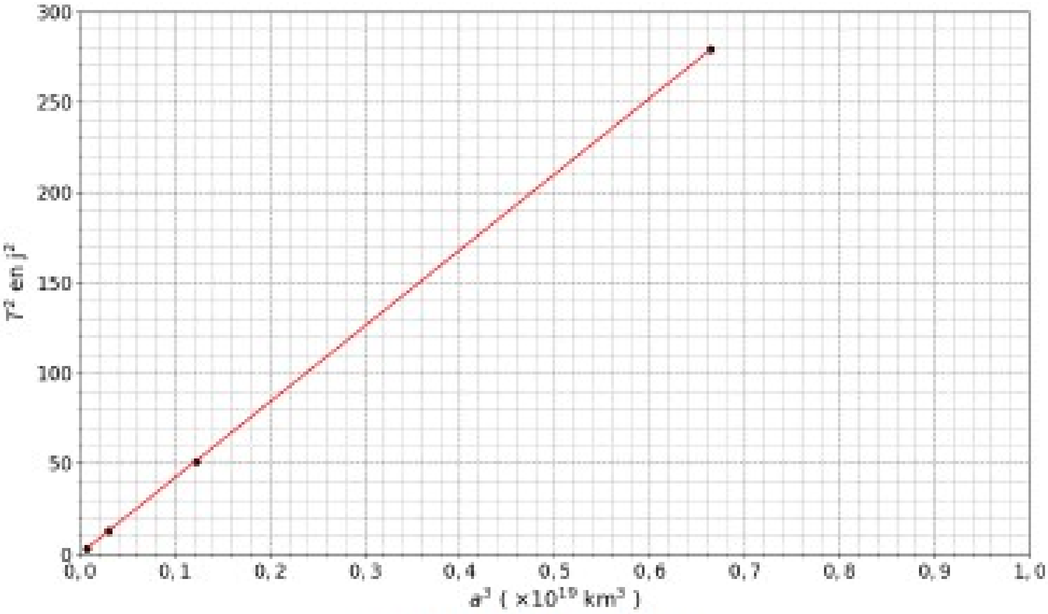


Figure 1. T^2 en fonction de a^3.

<u>Donnée</u> : Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2}

Exploitation des résultats expérimentaux

1. À partir des résultats expérimentaux (figure 1), préciser la relation qui existe entre T^2 et a^3 pour les quatre satellites de Jupiter. Donner le nom de la loi correspondante (établie en 1618).

Modélisation du mouvement d'un satellite de Jupiter

On se place dans le cadre théorique de la mécanique de Newton (publiée en 1687) pour retrouver la relation évoquée dans la question 1 et déterminer la masse M_J de Jupiter.

On étudie le mouvement du satellite dans le référentiel joviocentrique (centré sur Jupiter), supposé galiléen. On fait l'approximation que le mouvement du centre *S* du satellite est circulaire, centré sur le centre *J* de Jupiter, et on considère que la seule force qui s'applique sur le satellite est la force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur le satellite.

On désigne par *r* la distance entre les centres des deux astres, par M_J la masse de Jupiter et par *m* la masse du satellite.

Figure 2.

2. Sur un schéma, reprendre les éléments donnés sur la figure 2 et représenter sans souci d'échelle :
- Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_S}$ du satellite ;
- La force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur le satellite.

3. Donner l'expression de la force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur le satellite en fonction de M_J, m, G, r et $\vec{n}$.

4. Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire l'expression de la vitesse V_S du satellite en fonction de G, M_J *et* r.

5. En déduire que, dans le cadre de l'approximation du mouvement circulaire, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ est égal à $\frac{4\pi^2}{GM_J}$.

6. À l'aide des résultats expérimentaux, calculer la valeur de la masse M_J de Jupiter. Commenter un éventuel écart à la valeur tabulée : 1,898 6 x 10^{27} kg.

Aide éventuelle : $1\ \mathrm{j}^2 \cdot \mathrm{km}^{-3} = 7{,}46\ \mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}^{-3}$

La relation établie à la question 5 pour le système composé de Jupiter et de ses satellites est universelle et est applicable à d'autres systèmes constitués de satellites en orbite autour d'un astre central.

7. Déterminer la masse du Soleil.

<u>Donnée</u> : la distance entre la Terre et le Soleil est de 150 millions de kilomètres.

Le candidat est invité à faire preuve d'initiative, à justifier ses choix et à présenter sa démarche. Certaines valeurs numériques nécessaires aux calculs sont supposées connues du candidat.

Exercice 1. QUELQUES UTILISATIONS DU CONDENSATEUR (10 points ; 1h45min)

Partie 2. Accélérateur linéaire de particules

1. Modélisation par un condensateur plan

1.1. L'armature A en portant une charge positive repousse le proton chargé positivement, et l'armature B en portant une charge négative attire le proton.

1.2. $F_e = q.E = q.\dfrac{U_{AB}}{d}$

On montre que le travail de la force électrique F_e entre les points O et S est : $W_{OS} = q.U_{AB}$.

1.3. $\Sigma W_{O\to S}\left(\vec{F}\right) = \Delta E_C \qquad W_{O\to S}\left(\vec{P}\right) + W_{O\to S}\left(\vec{F_e}\right) = E_C(S) - E_C(O)$

$$\vec{P}.\overrightarrow{OS} + \vec{F_e}.\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}.m_p.v_S^2 - 0 \qquad P.OS.\cos 90° + F_e.OS.\cos 0° = \frac{1}{2}.m_p.v_S^2$$

$$0 + q.\frac{U_{AB}}{d}.d = \frac{1}{2}.m_p.v_S^2 \qquad \frac{1}{2}.m_p.v_S^2 = q.U_{AB} \qquad v_S^2 = \frac{2.q.U_{AB}}{m_p} \qquad v_S = \sqrt{\frac{2.q.U_{AB}}{m_p}}$$

1.4. Calculer la valeur de v_S.

$$v_S = \sqrt{\frac{2\times 1{,}60\times 10^{-19}\times 1\times 10^{3}}{1{,}67\times 10^{-27}}} = 4\times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

2. Constitution de l'accélérateur linéaire de particules

2.1. Le proton doit être attiré par le bloc situé face à lui, il est nécessaire que le bloc soit chargé négativement.

Quand le proton était en A à l'entrée de la première cavité, le bloc C était positif ; mais quand le proton arrive en B, à l'entrée de la deuxième cavité alors il faut que le bloc C devienne négatif.

La tension U_{BC} doit donc changer de signe.

2.2. Justifier que le proton doit parcourir la longueur d'un bloc plus la longueur d'une cavité en $2{,}5\times 10^{-7}$ s.

Pour passer de l'entrée d'une cavité à l'entrée de la cavité suivante, le proton parcourt la longueur d'un bloc plus la longueur d'une cavité.

Or il faut qu'au bout de cette durée, le signe de la charge du bloc suivant change ; cela a lieu toutes les $2{,}5\times 10^{-7}$ s.

2.3. Expliquer qualitativement pourquoi les blocs sont de plus en plus longs dans l'accélérateur linéaire.

Le proton va de plus en plus vite, or la durée au bout de laquelle la charge des blocs change de signe reste toujours la même. Ainsi il faut allonger les blocs.

Dans les années 1970, l'accélérateur linéaire de protons de Los Alamos (USA), long de 800 m, permettait d'obtenir des protons d'énergie égale à 8,0 MeV à l'aide d'une tension $u_a(t)$ caractérisée par $U_{a\,max}$ = 1 kV. On rappelle que : 1 eV = $1{,}6\times 10^{-19}$ J.

2.4. Déterminer le nombre de cavités accélératrices nécessaires pour qu'un proton atteigne une énergie égale à 8,0 MeV. On considère que le gain en énergie cinétique est identique pour toutes les cavités.

Entre O et S, pour la première cavité, le gain d'énergie cinétique est égal à $\frac{1}{2}.m_p.v_S^2 = q.U_{AB}$ (voir 1.3.).

Soit $1{,}60\times10^{-19} \times 1\times10^3 = 1{,}6\times10^{-16}$ J = 10^3 eV = 10^{-3} MeV

Pour atteindre 8,0 Mev, il faut donc $\frac{8{,}0}{10^{-3}} = 8\times10^3$ cavités.

Centres étrangers 1 2022 Jour 2	Correction © https://labolycee.org
	Spécialité physique-chimie
EXERCICE B – MESURE DE LA MASSE DE JUPITER ET DU SOLEIL (5 pts, 53 minutes)	

Exploitation des résultats expérimentaux

1. À partir des résultats expérimentaux (figure 1), préciser la relation qui existe entre T^2 et a^3 pour les quatre satellites de Jupiter. Donner le nom de la loi correspondante (établie en 1618).

La courbe représentative de T^2 en fonction de a^3 a l'allure d'une droite passant par l'origine, que l'on peut modéliser par une fonction linéaire $T^2 = k.a^3$.

T^2 est proportionnelle à a^2.   Il s'agit de la 3e loi de Kepler, que l'on écrit sous la forme $\frac{T^2}{a^3} = k$.

Modélisation du mouvement d'un satellite de Jupiter

2. Sur un schéma, reprendre les éléments donnés sur la figure 2 et représenter sans souci d'échelle :

- Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_S}$ du satellite ;

- La force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur le satellite.

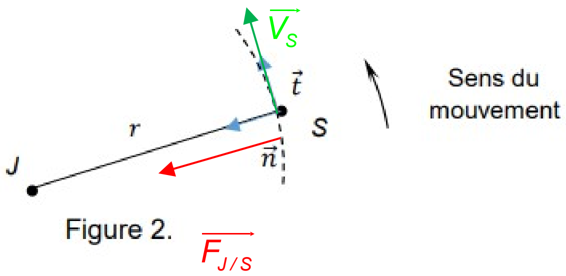


Figure 2.

3. Donner l'expression de la force de gravitation $\overrightarrow{F_{J/S}}$ exercée par Jupiter sur le satellite en fonction de M_J , m, G, r et $\vec{n}$.

$$\overrightarrow{F_{J/S}} = G.\frac{m.M_J}{r^2}.\vec{n}$$

4. Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire l'expression de la vitesse V_S du satellite en fonction de G, M_J et r.

$$\overrightarrow{F_{J/S}} = m.\vec{a} \qquad G.\frac{m.M_J}{r^2}.\vec{n} = m.\vec{a} \qquad \vec{a} = G.\frac{M_J}{r^2}.\vec{n}$$

D'autre part, par définition du mouvement circulaire $\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{t} + \frac{v^2}{r}.\vec{n}$. Par analogie entre ces deux expressions du vecteur accélération, on obtient $\frac{v^2}{r} = G.\frac{M_J}{r^2}$. $\quad v^2 = G.\frac{M_J}{r} \quad v = \sqrt{G.\frac{M_J}{r}}$

5. En déduire que, dans le cadre de l'approximation du mouvement circulaire, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ est égal à $\frac{4\pi^2}{G.M_J}$. Le satellite parcourt son orbite de périmètre $2\pi r$ pendant une durée égale à sa période T de révolution :

$v = \frac{2\pi.r}{T}$. $\quad v^2 = \frac{4\pi^2.r^2}{T^2}$ et on a établi en 4) que $v^2 = G.\frac{M_J}{r}$ Donc il vient $\frac{4\pi^2.r^2}{T^2} = G.\frac{M_J}{r}$

$$\frac{4\pi^2.r^3}{T^2} = G.M_J \qquad \frac{r^3}{T^2} = \frac{G.M_J}{4\pi^2} \qquad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_J}$$

Dans le cas d'une orbite circulaire le demi-grand axe *a* est égal au rayon du cercle *r*. $\quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_J}$

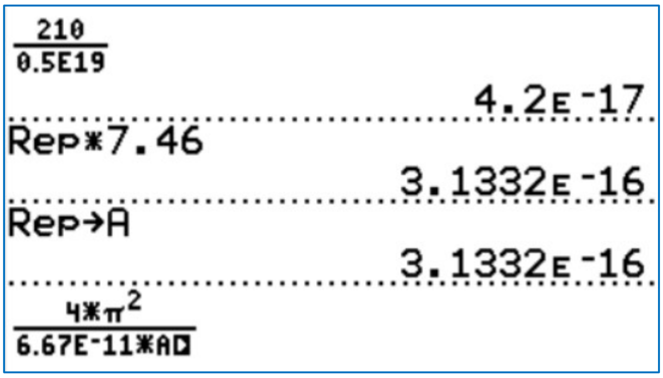
6. À l'aide des résultats expérimentaux, calculer la valeur de la masse M_J de Jupiter. Commenter un éventuel écart à la valeur tabulée : 1,898 6 × 10^{27} kg.

Aide éventuelle : 1 $j^2.km^{-3}$ = 7,46 $s^2.m^{-3}$

D'après la figure 1, $\frac{T^2}{a^3} = k$ où *k* est le coefficient directeur de la droite ; et $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_J}$.

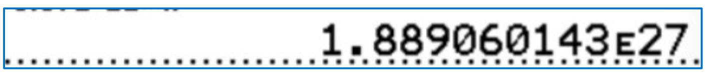
Donc $k = \frac{4\pi^2}{G.M_J}$ ou $M_J = \frac{4\pi^2}{G.k}$ On calcule le coefficient directeur de la droite avec le point de coordonnées (a^3 = $0{,}50\times10^{19}$ km^3 ; T^2 = 210 j^2).

$k = \frac{210\ j^2}{0{,}50\times10^{19}\ km^3}$ = $4{,}2\times10^{-17}$ $j^2.km^{-3}$ = $4{,}2\times10^{-17}\times7{,}46$ $s^2.m^{-3}$ = $3{,}1\times10^{-16}$ $s^2.m^{-3}$



$M_J = \frac{4\pi^2}{6{,}67\times10^{-11}\times3{,}1\times10^{-16}}$ = $1{,}9\times10^{27}$ kg

Ce résultat est cohérent avec la valeur tabulée.



7. Déterminer la masse du Soleil.

D'après la 3[e] loi de Kepler,

Pour tous les objets en orbite autour du Soleil

$$\frac{T^2}{a^3} = k \text{ et d'après Newton, on a } k = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S} \text{ donc } M_S = \frac{4\pi^2.a^3}{G.T^2}$$

Pour la Terre, T = 365,25 j et $r = a$ = 150×10^6 km = 1,50×10^{11} m.

$$M_S = \frac{4\pi^2 \times \left(1{,}50 \times 10^{11}\right)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times \left(365{,}25 \times 24 \times 3600\right)^2} = 2{,}01 \times 10^{30} \text{ kg}$$