

DIFFRACTION

Les trois exercices proposés sont indépendants ; le candidat doit en traiter seulement deux. Chacun des exercices est noté sur 10.

Le candidat indiquera au début de sa copie les numéros des 2 exercices choisis. Les mots clés présents en en-tête de chaque exercice, peuvent l'aider à effectuer son choix.

Les numéros des exercices traités doivent apparaître clairement sur la copie.

EXERCICE I – Dimension d'une micro-algue

Mots clés : diffraction.

Pour dépolluer l'air de Toulouse, un dispositif d'un nouveau genre vient d'être installé dans le centre-ville. Grâce à un principe basé sur le développement de micro-algues, il serait aussi efficace qu'une centaine d'arbres et pourrait devenir une solution d'avenir.

Cette innovation technique mesure plus de 5 m de haut, et est équipé d'une cuve dans laquelle se trouvent les algues.

L'air ambiant, capturé et aspiré par le bas du dispositif, remonte en fines bulles à l'aide d'une pompe jusqu'à la cuve où se trouvent les micro-algues. Celles-ci transforment ensuite les polluants et le dioxyde de carbone (CO_2) présents dans l'air ambiant.



Figure 1 : Dispositif à micro-algues

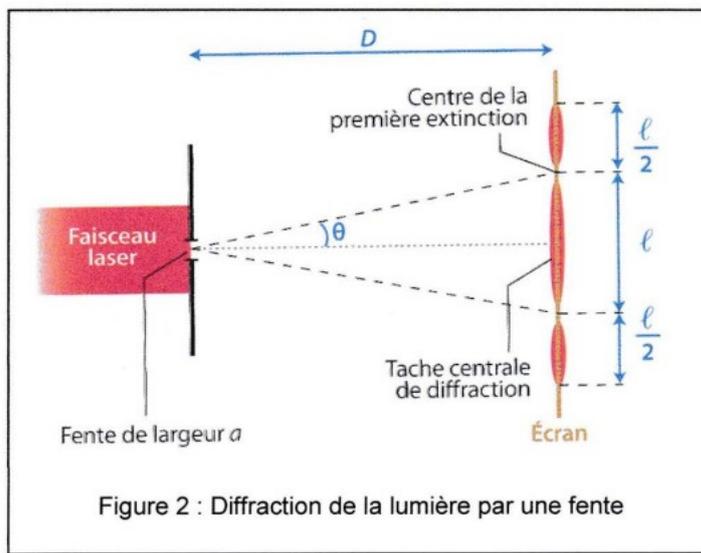
Après absorption du dioxyde de carbone par ces micro-algues, la photosynthèse rejette du dioxygène.

Lorsque les micro-organismes seront devenues trop gros, ils sont retirés de la cuve pour servir d'engrais.

Ces micro-algues ont une forme sphérique (figure 1). L'objectif de cet exercice est de déterminer leurs diamètres en utilisant la diffraction d'une lumière laser, considérée monochromatique.

Choix du laser

Pour déterminer la longueur d'onde du laser, une expérience de diffraction est réalisée. Une fente est placée devant le faisceau laser et l'on peut alors mesurer la largeur ℓ de la tache centrale de diffraction obtenue sur un écran (figure 2)



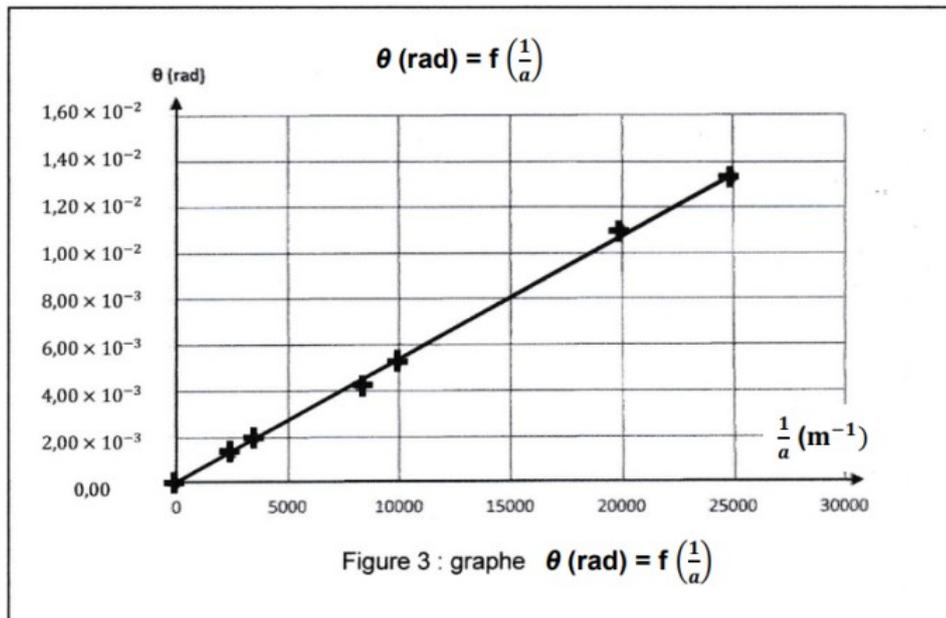
Pour un angle θ faible, $\theta = \sin \theta$ et $\theta = \tan \theta$ si θ est exprimé en radians.

- Déterminer la relation entre l'angle θ , la distance D entre la fente et l'écran et la largeur l de la tache centrale.

La théorie de la diffraction d'une lumière monochromatique nous indique que l'angle θ , en radians, est aussi lié à la longueur d'onde λ de la radiation et à la largeur a de la fente : $\theta = \frac{\lambda}{a}$
 Nous disposons de plusieurs fentes de largeurs connues et d'instruments de mesure de distance. La valeur de D est connue et égale à 1,50 m.

- Proposer une méthode pour déterminer la longueur d'onde λ du laser, à l'aide du matériel à disposition.

À l'aide des fentes de largeurs a connues, on peut mesurer pour chacune d'elles la largeur l de la tache centrale, et tracer le graphe θ (rad) = $f\left(\frac{1}{a}\right)$ (figure 3).



- Exploiter le graphique pour calculer la valeur de la longueur d'onde λ du laser en nm.

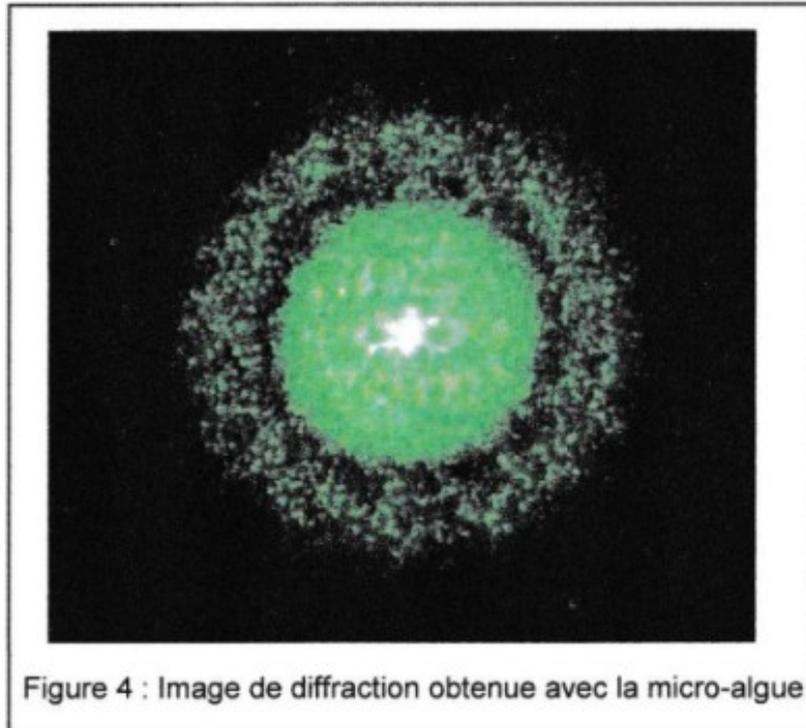
Détermination du diamètre d'une micro-algue

En isolant une micro-algue placée sur une lamelle de microscope, on peut pointer un faisceau laser vert de longueur d'onde $\lambda_v = 532$ nm pour qu'il éclaire cette micro-algue. On obtient alors une figure de diffraction formée d'anneaux concentriques (figure 4).

3. Exploiter le graphique pour calculer la valeur de la longueur d'onde λ du laser en nm.

Détermination du diamètre d'une micro-algue

En isolant une micro-algue placée sur une lamelle de microscope, on peut pointer un faisceau laser vert de longueur d'onde $\lambda_v = 532$ nm pour qu'il éclaire cette micro-algue. On obtient alors une figure de diffraction formée d'anneaux concentriques (figure 4).



22-SCIPCJ1LR1

23/29

Données

- Théorème de Babinet :
Deux objets sont complémentaires si les parties opaques de l'une correspondent à des parties transparentes de l'autre et inversement. Les figures de diffraction de deux objets complémentaires sont identiques.
- Par exemple, la figure de diffraction d'un disque opaque de diamètre d est identique à celle d'une ouverture circulaire de même diamètre d . L'angle θ (très faible) du premier anneau sombre de la tache dite d'Airy (voir figure 5) est donné par la relation : $\theta \text{ (rad)} = 1,22 \times \frac{\lambda_v}{d}$.

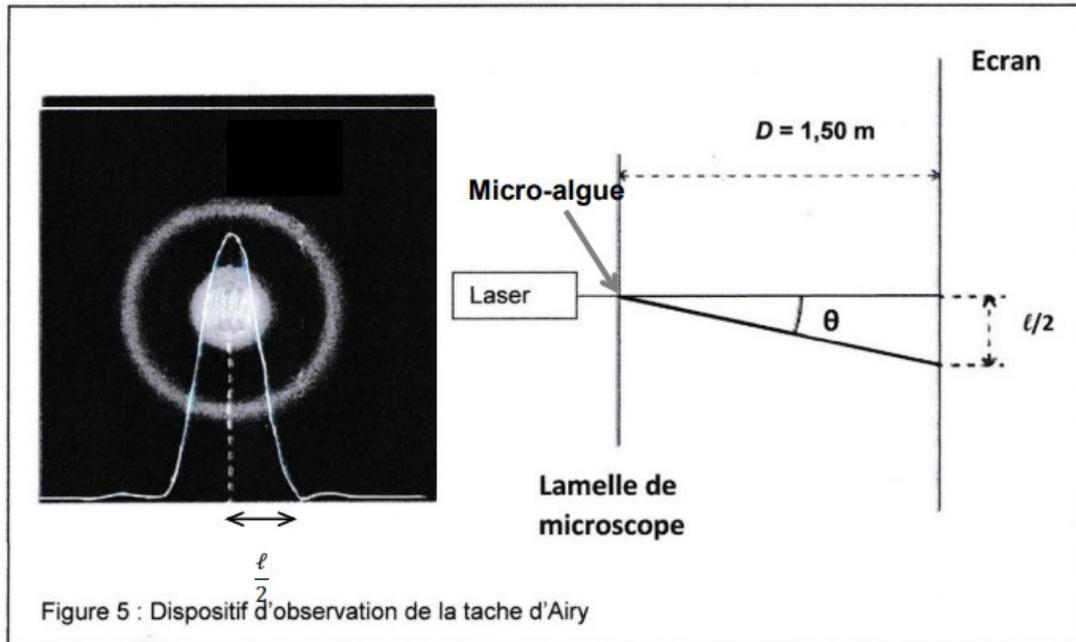


Figure 5 : Dispositif d'observation de la tache d'Airy

4. Établir la relation qui donne le diamètre d de la micro-algue en fonction de la longueur d'onde λ_v du laser, la largeur ℓ de la tache centrale et de la distance D entre la lamelle de microscope et l'écran, sachant que ℓ est très inférieur à D .

La mesure sur l'écran de la largeur ℓ donne une valeur égale à $\ell = 1,50 \text{ cm}$.

5. Calculer le diamètre d de la micro-algue. Donner cette valeur en m, puis en μm .
Pour une meilleure efficacité du dispositif, les micro-algues doivent être remplacées lorsque leur diamètre dépasse $250 \mu\text{m}$.
Indiquer alors si la micro-algue étudiée doit être remplacée.

EXERCICE 2 – DOROTHY CROWFOOT, FEMME DE SCIENCES (6 points).

Dorothy Crowfoot (1910 - 1994), chimiste britannique est la troisième femme à recevoir le prix Nobel de Chimie en 1964. Elle fut récompensée pour avoir déterminé la structure en trois dimensions de molécules complexes comme l'insuline. La compréhension de la géométrie de l'insuline a permis de grandes avancées dans le traitement du diabète. Ses travaux ont approfondi ceux de William Lawrence Bragg qui utilisa le premier les rayons X pour déterminer l'arrangement d'atomes ou d'ions au sein de certains cristaux.

L'objectif de cet exercice est d'étudier la production des rayons X puis d'utiliser le phénomène d'interférences pour déterminer la distance entre deux molécules voisines dans un cristal.

Détermination de la distance entre deux molécules.

Dorothy Crowfoot utilise les rayons X pour comprendre comment s'ordonnent les molécules au sein de cristaux d'insuline.

Les molécules qui constituent le cristal sont repérées par des disques noirs sur la figure 2.

Les rayons X arrivent parallèles entre eux et sont réfléchis par les molécules. Les ondes réfléchies interfèrent entre elles.

La figure 2 représente une coupe de plans passant par les centres des molécules, espacées d'une distance L . L'angle θ détermine l'incidence d'un faisceau parallèle de rayons X sur ces plans.

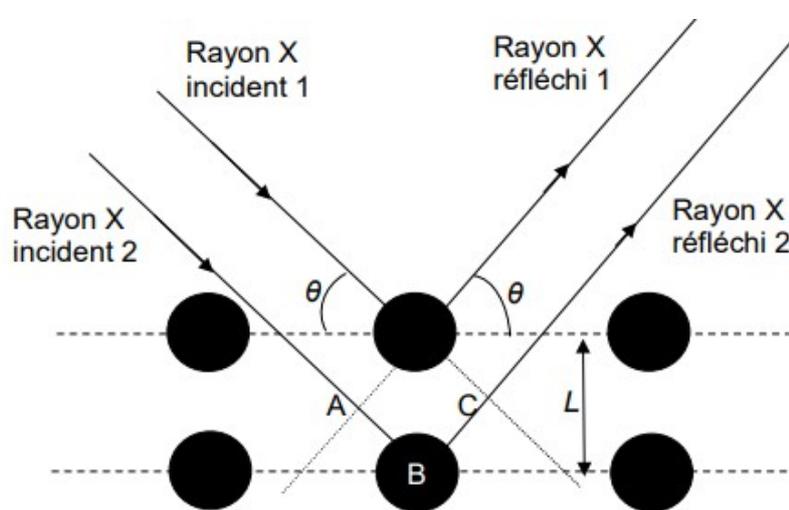


Figure 2. Plan de coupe d'un cristal.

Un dispositif, non représenté sur la figure 2, permet de superposer sur un écran les rayons 1 et 2 réfléchis.

Q7. À l'aide de la figure 3 suivante représentant l'évolution temporelle de l'amplitude de trois ondes α , β et ε en ce point, choisir deux ondes qui permettent d'obtenir des interférences constructives puis deux ondes qui permettent d'obtenir des interférences destructives. L'échelle temporelle est la même sur les trois graphes.

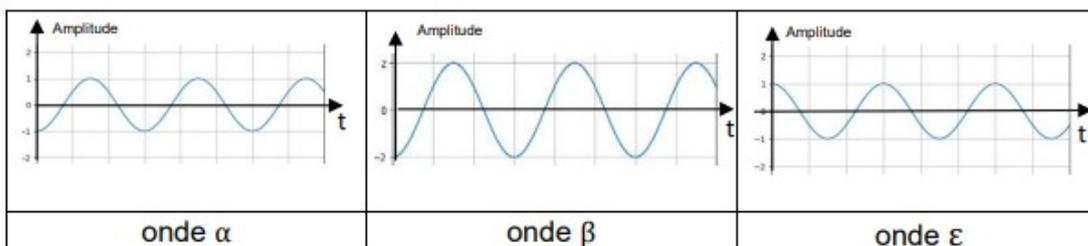


Figure 3. Graphiques représentant l'amplitude de trois ondes de même fréquence en fonction du temps.

Données :

- La différence de chemin optique δ entre les deux rayons X réfléchis représentés sur la figure 2 vaut $\delta = 2 \cdot L \cdot \sin \theta$;
- Si la différence de chemin optique $\delta = k \times \lambda$, avec k entier non nul, alors les interférences sont constructives ;
- L'angle d'incidence θ des rayons X vaut 10° ;
- La longueur d'onde λ des rayons X vaut $0,150 \text{ nm}$;
- $1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$.

Afin que les rayons X puissent interagir avec le cristal, il faut que l'ordre de grandeur de la distance L soit le même que celle de la longueur d'onde λ des rayons X.

Q8. À l'aide des données précédentes, déterminer la valeur de la longueur L dans le cristal, dans le cas où l'on obtient des interférences constructives pour une différence de chemin optique minimale.

CH16 phénomènes ondulatoires

DOPPLER

Exercice 3 Radars....et effet doppler (4points)

L'effet Doppler fut présenté par Christian Doppler en 1842 pour les ondes sonores puis par Hippolyte Fizeau pour les ondes électromagnétiques en 1848. Il a aujourd'hui de multiples applications.

Un radar de contrôle routier est un instrument servant à mesurer la vitesse des véhicules circulant sur la voie publique à l'aide d'ondes radar. Le radar émet une onde continue qui est réfléchiée par toute cible se trouvant dans la direction pointée. Par effet Doppler, cette onde réfléchiée possède une fréquence légèrement différente de celle émise : plus grande fréquence pour les véhicules s'approchant du radar et plus petite pour ceux s'en éloignant.

En mesurant la différence de fréquence entre l'onde émise et celle réfléchiée, on peut calculer la vitesse de la «cible».

Mais les radars Doppler sont utilisés dans d'autres domaines...

En météorologie, le radar Doppler permet d'analyser la vitesse et le mouvement des perturbations et de fournir des prévisions de grêle, de pluies abondantes, de neige ou de tempêtes.

En imagerie médicale, le radar Doppler permet d'étudier le mouvement des fluides biologiques. Une sonde émet des ondes ultrasonores et ce sont les globules rouges qui font office d'obstacles et les réfléchissent. L'analyse de la variation de la fréquence des ondes réfléchies reçues par cette même sonde permet ainsi de déterminer la vitesse du sang dans les vaisseaux.

D'après le site : www.over-blog.com

Cet exercice propose d'étudier le principe de l'effet Doppler sonore. Pour simplifier cette approche, la réflexion de l'onde sur l'obstacle ne sera pas prise en compte.

Par ailleurs, on rappelle que plus la fréquence est élevée, plus le son est aigu.

1. Un véhicule muni d'une sirène est immobile.

La sirène retentit et émet un son de fréquence $f = 680$ Hz. Le son émis à la date $t = 0$ se propage dans l'air à la vitesse $c = 340$ m.s⁻¹ à partir de la source S. On note λ la longueur d'onde correspondante.

La **figure 1** ci-dessous représente le front d'onde à la date $t = 4 T$ (T étant la période temporelle de l'onde sonore.)

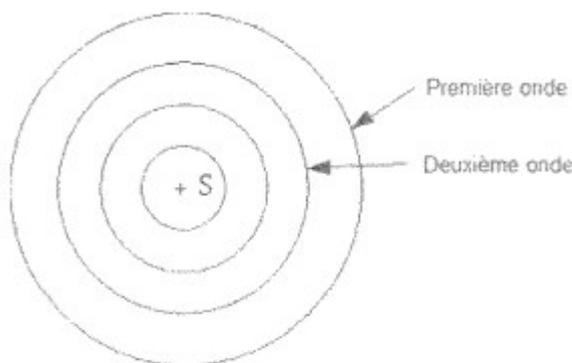


Figure 1

Répondre par «vrai» ou «faux» aux sept affirmations suivantes en justifiant son choix.

- 1.1. Une onde sonore est une onde transversale.
- 1.2. Une onde mécanique se propage dans un milieu matériel avec transport de matière.
- 1.3. La longueur d'onde est indépendante du milieu de propagation.
- 1.4. Un point M distant du point S d'une longueur égale à 51,0 m du milieu reproduit le mouvement de la source S avec un retard $\Delta t = 1,5$ s.

1.5. Le front d'onde a parcouru $d = 40.0$ m à la date $t = 3T$.

1.6. Deux points situés à la distance $d' = 55,0$ m l'un de l'autre dans la même direction de propagation vibrent en phase.

1.7. L'onde se réfléchit sur un obstacle situé à la distance $d'' = 680$ m de la source. L'écho de l'onde revient à la source 2,0 s après l'émission du signal.

2. Le véhicule se déplace maintenant vers la droite à la vitesse v inférieure à c .

La **figure 2** donnée ci-après représente le front de l'onde sonore à la date $t = 4 T$.

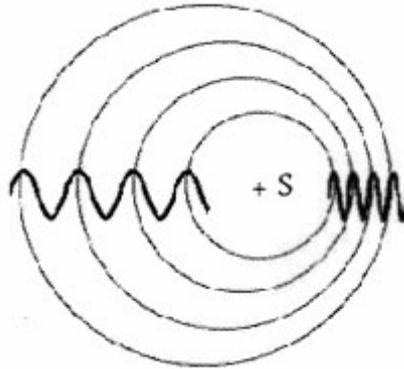


Figure 2

2.2. Le véhicule se rapproche d'un observateur immobile.

Pendant l'intervalle de temps T , le son parcourt la distance λ . Pendant ce temps, le véhicule parcourt la distance $d = v \cdot T$.

La longueur d'onde λ' perçue par l'observateur à droite de la source S a donc l'expression suivante :

$$\lambda' = \lambda - v \cdot T \quad (1)$$

2.2.1. Rappeler la relation générale liant la vitesse de propagation, la longueur d'onde et la fréquence.

2.2.2. En déduire que la relation (1) permet d'écrire $f' = f \cdot \frac{c}{c - v}$ (f' étant la fréquence sonore perçue par l'observateur).

2.2.3. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier.

2.3. Dans un deuxième temps, le véhicule s'éloigne de l'observateur à la même vitesse v .

2.3.1. Donner, sans démonstration, les expressions de la nouvelle longueur d'onde λ'' et de la nouvelle fréquence f'' perçues par l'observateur en fonction de f , v et c .

2.3.2. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier.

2.4. Exprimer, puis estimer en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, en arrondissant les valeurs à des nombres entiers, la vitesse du véhicule qui se rapproche de l'observateur sachant que ce dernier perçoit alors un son de fréquence $f' = 716$ Hz.

Une nouvelle exoplanète a été détectée, le 15 septembre 2005, par une équipe européenne d'astronomes. La planète HD 189733b de la constellation du petit renard a pu être détectée et étudiée simultanément par la combinaison de deux méthodes : vitesse radiale et occultation. Elle est une des rares exoplanètes dont les chercheurs ont, à ce jour, pu déterminer à la fois la masse exacte et le rayon et conclure qu'il s'agit d'un « gros Jupiter chaud ». De ce fait, et compte-tenu de la proximité (environ 60 années-lumière de la Terre), l'exoplanète HD 189733b offre à la communauté scientifique de riches horizons d'études complémentaires. (<http://www.insu.cnrs.fr>)

Cet exercice aborde certains aspects du principe de détection de cette exoplanète et envisage sa possible habitabilité.

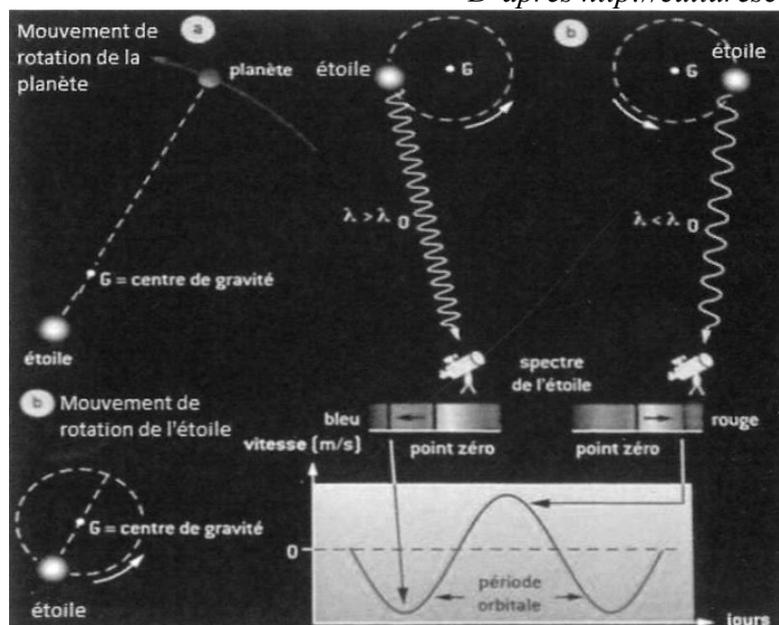
1. Illustration du principe de détection par vélocimétrie

Une exoplanète est une planète qui tourne autour d'une étoile autre que le Soleil. L'ensemble des deux est appelé système {étoile-planète}. Ces systèmes peuvent être repérés par la méthode de vélocimétrie basée sur l'effet Doppler. Son principe s'appuie sur l'étude de la trajectoire de l'étoile autour d'un point G appelé centre de gravité du système {étoile-planète}. Les documents ci-dessous présentent des informations que nous sommes en mesure d'exploiter à partir de la méthode vélocimétrique et exposent les résultats de mesures effectuées pour le système HD 189733.

Document 1 : Principe de la méthode de vélocimétrie

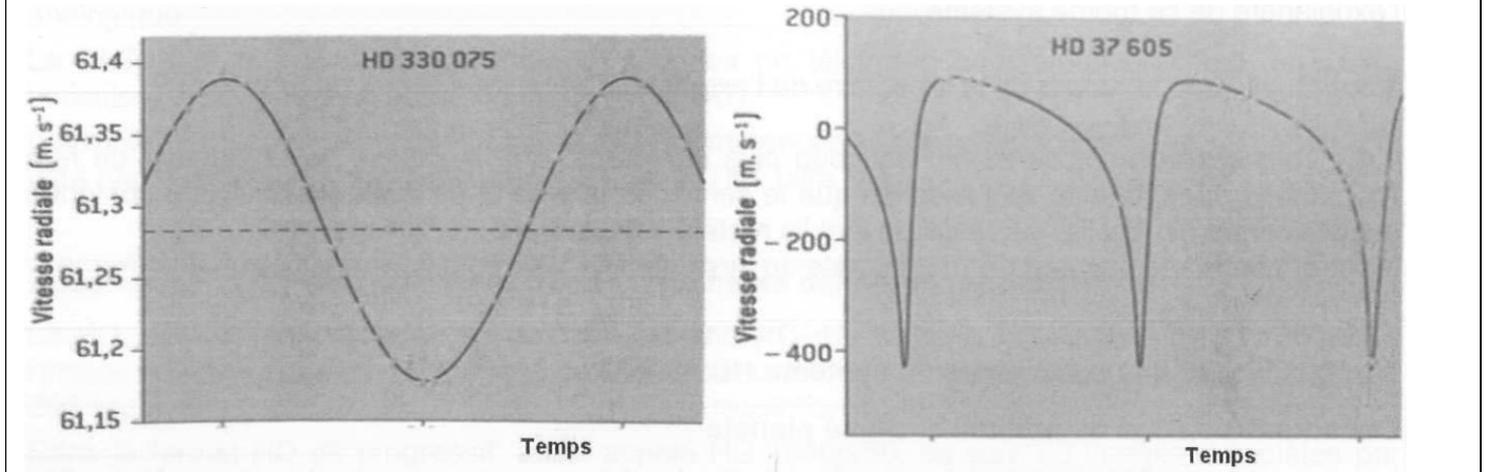
Dans un système {étoile-planète}, la planète et l'étoile sont en mouvement de rotation autour du centre de gravité G du système. On enregistre les spectres de raies de l'étoile sur des cycles de plusieurs nuits, ce qui permet de mettre en évidence des oscillations périodiques de la longueur d'onde des raies observées. Ces oscillations peuvent être reliées, grâce à l'effet Doppler, au mouvement de rotation de l'étoile autour du centre de gravité du système. **La vitesse radiale de l'étoile (vitesse suivant l'axe d'observation Terre-étoile) peut alors être déterminée par cette étude.** Elle est composée d'une vitesse moyenne (vitesse du système par rapport à l'observateur terrestre) à laquelle s'ajoute une perturbation qui varie périodiquement. La période de la perturbation donne la période du mouvement de l'étoile qui est aussi la période du mouvement de la planète.

D'après <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr>



La méthode des vitesses radiales utilisée permet de distinguer assez facilement les orbites circulaires des orbites elliptiques. Les planètes en orbite circulaire correspondent à des étoiles dont les variations de vitesse radiale sont régulières et symétriques en forme de sinusoïde (graphe de gauche). Lorsque la trajectoire est une ellipse allongée, il apparaît des « pics » dans la courbe de vitesses (graphe de droite).

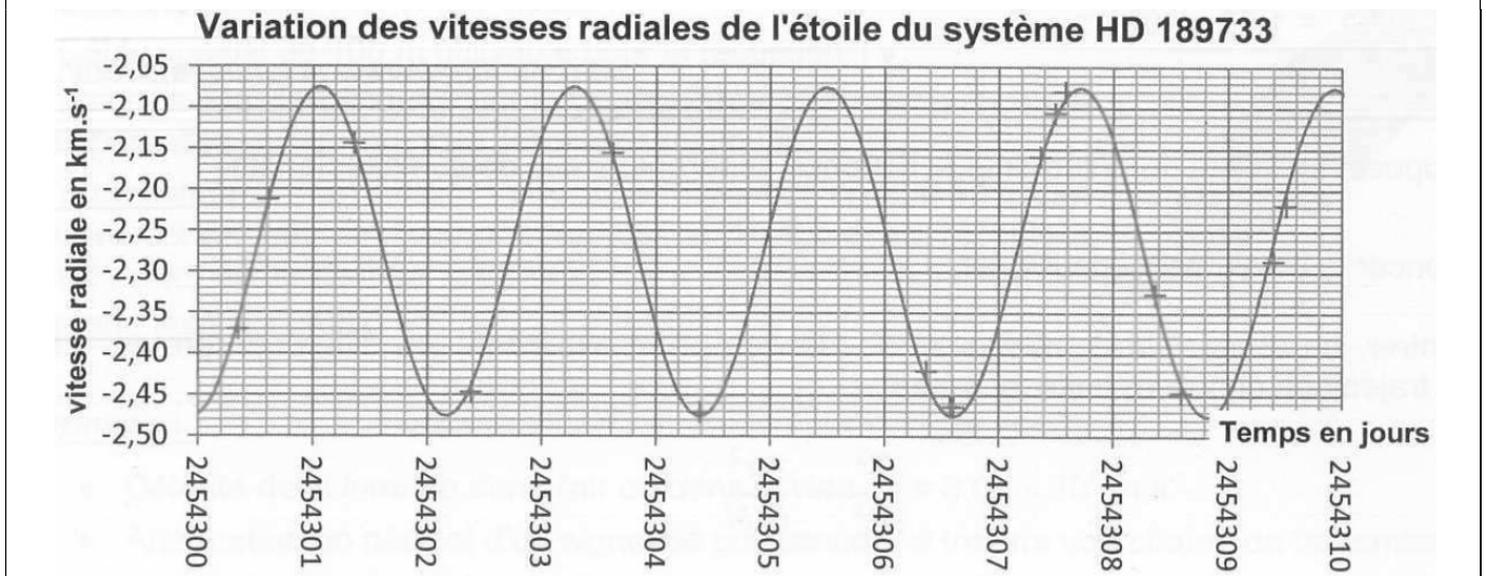
D'après F. Casoli & T. Encrenaz, Planètes extrasolaires, 2005



Document 2 : Système {étoile-exoplanète} HD 189733

Le graphe ci-dessous représente une modélisation des variations de la vitesse radiale de l'étoile du système HD 189733 autour de sa vitesse moyenne obtenue à partir de mesures réalisées à l'observatoire de Haute Provence par une équipe de chercheurs en juillet 2008.

L'étoile du système HD 189733 est une étoile dont les caractéristiques sont assez proches de celle du Soleil : les températures de surface sont voisines, la masse de l'étoile est $M = 0,82 \times M_0$ où M_0 est la masse du Soleil ($M_0 = 1,989 \times 10^{30}$ kg).



1.1. Le décalage spectral est lié au mouvement de rotation de l'étoile autour du centre de gravité G. On rappelle que le décalage spectral $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{mesurée}$, où λ est une longueur d'onde de référence et $\lambda_{mesurée}$ sa valeur perçue depuis la Terre, permet de déterminer la vitesse v de déplacement du système par la relation :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \left| \begin{array}{l} c : \text{célérité de la lumière dans le vide} \\ \lambda : \text{longueur d'onde de la raie de référence} \\ (\lambda = 656,2 \text{ nm}) \end{array} \right.$$

Quelles mesures, réalisées par l'observatoire de Haute Provence, ont permis de tracer la courbe du document 2 ? Expliquer la démarche des chercheurs.

1.2. Pour détecter la présence d'une planète extrasolaire, on repère une certaine périodicité dans la variation de vitesse radiale : ceci permet d'affirmer qu'il existe bien un système exoplanétaire.

Déterminer la période de révolution de l'étoile du système HD 189733 ainsi que celle de l'exoplanète de ce même système.

1.3. Quelle est la nature de la trajectoire de l'exoplanète autour du centre de gravité G ?

1.4. La masse de l'étoile étant beaucoup plus importante que la masse de la planète, on fera l'hypothèse dans la suite de l'exercice que le centre de gravité G du système peut être confondu avec le centre de l'étoile, les résultats établis restant valables.

Montrer que le mouvement de l'exoplanète du système HD 189733 est nécessairement uniforme.

2. Habitabilité de l'exoplanète du système HD 189733

Document 3 : Zone d'habitabilité d'une planète

La zone d'habitabilité se définit par une fourchette de distance entre une planète et son étoile. Elle correspond à une zone dans laquelle la quantité d'énergie reçue par la planète permet à l'eau d'exister sous forme liquide. Dans notre système solaire, c'est le cas de la Terre située à 1 U.A. qui reçoit environ 1000 Watts par mètre carré d'énergie rayonnée par le Soleil. Si l'on s'approche du Soleil et que l'on dépasse Vénus situé à 0,723 U.A., la quantité d'énergie reçue est trop importante et l'eau se vaporise. Si on s'en éloigne et que l'on dépasse Mars située à 1,52 U.A., alors l'eau n'existe plus que sous forme de glace. Or, seule l'eau liquide permet à la vie d'exister sous la forme que nous lui connaissons.

La taille et la position de la zone d'habitabilité dépend naturellement de la puissance de l'étoile qui émet le rayonnement lumineux. Si l'étoile est petite, la zone d'habitabilité sera beaucoup plus proche d'elle que s'il s'agit d'une étoile géante.

Donnée : 1 U.A. = $1,50 \times 10^8$ km

D'après <http://www.sciencesetavenir.fr>

On se propose à présent de déterminer la distance séparant l'étoile de son exoplanète.

2.1. Énoncer la troisième loi de Kepler.

2.2. Montrer, en utilisant la deuxième loi de Newton et en explicitant les différents termes, que pour une trajectoire circulaire cette loi s'écrit :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M}$$

2.3. En déduire la distance moyenne entre la planète et l'étoile ($G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$).

2.4. La planète du système HD 189733 appartient-elle à la zone d'habitabilité ?

Choix du laser

1. Déterminer la relation entre l'angle θ , la distance D entre la fente et l'écran et la largeur ℓ de la tache centrale.

Dans le triangle rectangle délimité par le centre de la fente, le centre de la première extinction et le centre de la tache centrale, on a $\tan \theta = \frac{\ell/2}{D}$ et comme $\tan \theta \approx \theta$ alors $\theta = \frac{\ell}{2D}$.

La théorie de la diffraction d'une lumière monochromatique nous indique que l'angle θ , en radians, est aussi lié à la longueur d'onde λ de la radiation et à la largeur a de la fente :

$\theta = \lambda/a$ Nous disposons de plusieurs fentes de largeurs connues et d'instruments de mesure de distance. La valeur de D est connue et égale à 1,50 m.

2. Proposer une méthode pour déterminer la longueur d'onde λ du laser, à l'aide du matériel à disposition.

$$\theta = \frac{\ell}{2D} \text{ et } \theta = \frac{\lambda}{a} \text{ donc } \frac{\lambda}{a} = \frac{\ell}{2D} \text{ et finalement } \lambda = \frac{\ell \cdot a}{2D}.$$

Pour chaque fente de largeur a connue, on éclaire la fente avec le LASER. On mesure la largeur ℓ de la tache centrale de diffraction sur l'écran, en choisissant une distance D écran-fente la plus grande possible. On calcule la longueur d'onde, puis on fait la moyenne pour toutes les fentes.

3. Exploiter le graphique pour calculer la valeur de la longueur d'onde λ du laser en nm.

La courbe représentative de θ en fonction de $\frac{1}{a}$ est une droite passant par l'origine. Ce qui confirme la

proportionnalité $\theta = \lambda \cdot \frac{1}{a}$ où λ est égale au coefficient directeur de la droite.

$$\theta = \lambda \cdot \frac{1}{a} \text{ donc } \lambda = \frac{\theta}{\frac{1}{a}}$$

On choisit le point de coordonnées ($\frac{1}{a} = 15\,000 \text{ m}^{-1}$; $\theta = 8,00 \times 10^{-3} \text{ rad}$).

$$\lambda = \frac{8,00 \times 10^{-3}}{15000} = 5,33 \times 10^{-7} \text{ m} = 533 \times 10^{-2} \times 10^{-7} = 533 \times 10^{-9} \text{ m} = 533 \text{ nm}.$$

Détermination du diamètre d'une micro-algue

4. Établir la relation qui donne le diamètre d de la micro-algue en fonction de la longueur d'onde λ_v du laser, la largeur ℓ de la tache centrale et de la distance D entre la lamelle de microscope et l'écran, sachant que ℓ est très inférieur à D .

$$\theta = \frac{\ell}{2D} \text{ et } \theta = 1,22 \frac{\lambda_v}{d} \text{ donc } 1,22 \frac{\lambda_v}{d} = \frac{\ell}{2D} \text{ finalement } d = 1,22 \frac{\lambda_v \times 2D}{\ell} = 2,44 \times \frac{\lambda_v D}{\ell}$$

5. Calculer le diamètre d de la micro-algue. Donner cette valeur en m, puis en μm . Pour une meilleure efficacité du dispositif, les micro-algues doivent être remplacées lorsque leur diamètre dépasse 250 μm . Indiquer alors si la micro-algue étudiée doit être remplacée.

$$d = 2,44 \times \frac{\lambda_v D}{\ell}$$

$$d = 2,44 \times \frac{532 \times 10^{-9} \times 1,50}{1,50 \times 10^{-2}} = 1,30 \times 10^{-4} \text{ m} = 130 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \text{ m} = 130 \times 10^{-6} \text{ m} = 130 \mu\text{m}.$$

Comme $d < \lambda$, il n'est pas nécessaire de remplacer les microalgues.

$$2,44 \times \frac{532 \times 10^{-9} \times 1,5}{1,5 \times 10^{-2}} = 1,29808 \times 10^{-4}$$

Détermination de la distance entre deux molécules

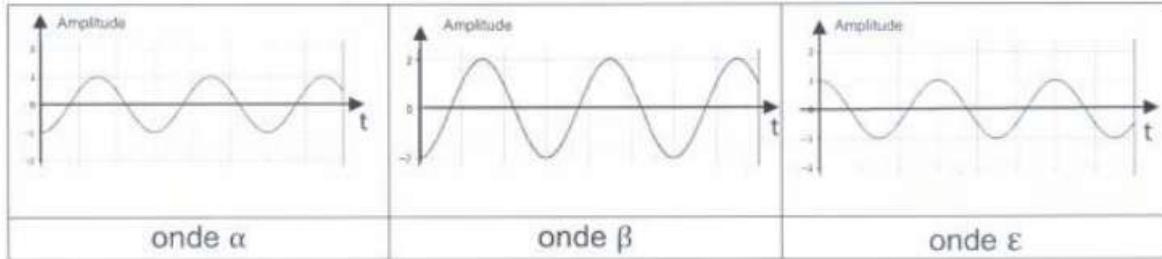


Figure 3. Graphiques représentant l'amplitude de trois ondes de même fréquence en fonction du temps.

- Q1.** Les interférences sont **constructives** lorsque les ondes qui interfèrent sont **en phase**. C'est les cas des **ondes α et β**.
 Les interférences sont **destructives** lorsque les ondes qui interfèrent sont **en opposition de phase**. C'est les cas des **ondes α et ε** ou des **ondes β et ε**.

- Q2.** Les interférences sont constructives si $\delta = k \times \lambda$ avec k entier.
 Pour une différence de chemin optique minimale $k = 1$ donc $\delta = \lambda$.
 Par ailleurs : $\delta = 2 \cdot L \cdot \sin \theta$ donc $2 \cdot L \cdot \sin \theta = \lambda$.

D'où :
$$L = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

Avec $\lambda = 0,150 \text{ nm} = 0,150 \times 10^{-9} \text{ m}$ et $\theta = 10^\circ$, il vient :

$$L = \frac{0,150 \times 10^{-9}}{2 \times \sin(10)} \text{ m} = 4,3 \times 10^{-10} \text{ m}.$$

Handwritten calculation: $0,150 \times 10^{-9} / (2 * \sin(10)) = 4.31907786 \times 10^{-10}$

1.1. Faux, une onde sonore est une onde longitudinale. Les molécules d'air oscillent dans la même direction que celle de propagation de l'onde.

1.2. Faux, il n'y a pas transport de matière, simplement oscillation temporaire de la matière.

1.3. Faux, seule la fréquence est indépendante du milieu de propagation.

1.4. Faux, $c = \frac{L}{\Delta t}$ donc $\Delta t = \frac{L}{c}$ $\Delta t = \frac{51,0}{340} = 0,15 \text{ s} \neq 1,5 \text{ s}$

1.5. FAUX, $c = \frac{d}{3T} = \frac{d}{3 \cdot \frac{1}{f}} = \frac{d \cdot f}{3}$ donc $d = \frac{3 \cdot c}{f}$ $d = \frac{3 \times 340}{680} = 1,5 \text{ m}$

1.6. VRAI, deux points vibrant en phase sont séparés par une distance $d' = n \cdot \lambda$ avec n entier.

$\lambda = \frac{c}{f}$ alors $d' = n \cdot \frac{c}{f}$ $d' = n \cdot \frac{340}{680} = 0,500 \cdot n$

Avec $d' = 55,0 \text{ m}$ alors $n = \frac{55,0}{0,500} = 110$, n est effectivement entier.

1.7. FAUX, L'onde parcourt d'' et atteint l'obstacle ; elle se réfléchit et parcourt à nouveau d'' . Il s'est alors écoulé une durée Δt .

$c = \frac{2d''}{\Delta t}$ soit $\Delta t = \frac{2d''}{c}$ $\Delta t = \frac{2 \times 680}{340} = 4,00 \text{ s}$ L'écho de l'onde revient à la source 4,00 s après l'émission.

2. Le véhicule se déplace maintenant vers la droite à la vitesse v inférieure à c .

2.1. Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde dépend de sa fréquence. L'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores.

2.2.1. $\lambda = \frac{c}{f}$ **2.2.2.** Relation (1) $\lambda' = \lambda - v \cdot T$ $\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} - v \cdot \frac{1}{f}$

$\frac{c}{f'} = \frac{1}{f} \cdot (c - v)$ $\frac{f'}{c} = \frac{f}{(c - v)}$ $f' = f \cdot \frac{c}{c - v}$

2.2.3. $\frac{c}{c - v} > 1$ donc $f' > f$ ainsi le son perçu est plus aigu que le son émis.

2.3.1. Par analogie avec la relation (1) on a $\lambda'' = \lambda + v \cdot T$

De même, $f'' = f \cdot \frac{c}{c + v}$.

2.3.2. $\frac{c}{c + v} < 1$ donc $f'' < f$ ainsi le son perçu est plus grave que le son émis.

2.4. Le véhicule se rapproche, on utilise la relation $f' = f \cdot \frac{c}{c - v}$

$f' \cdot (c - v) = f \cdot c$ $f' \cdot c - v \cdot f' = f \cdot c$ $f' \cdot c - f \cdot c = v \cdot f'$ $c \cdot (f' - f) = v \cdot f'$ $v = \frac{c \cdot (f' - f)}{f'}$

$v = \frac{340 \times (716 - 680)}{716} \times 3,6 = 61,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \mathbf{62 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$ en arrondissant à l'entier le plus proche.

1. Illustration du principe de détection par vélocimétrie

1.1. La vitesse de déplacement v du système {étoile-planète} par rapport à la Terre est donnée par la relation :

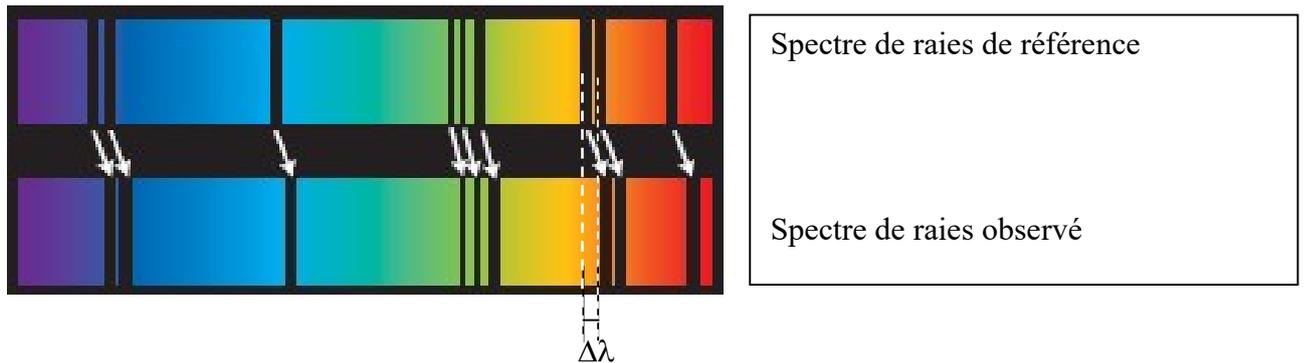
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \text{soit, avec } \Delta\lambda = \lambda - \lambda_{\text{mesurée}}, \text{ on obtient } v = c \cdot \frac{\lambda - \lambda_{\text{mesurée}}}{\lambda}$$

Or c et $\lambda = 658,2 \text{ nm}$ sont des constantes donc v dépend du décalage spectral $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{\text{mesurée}}$.

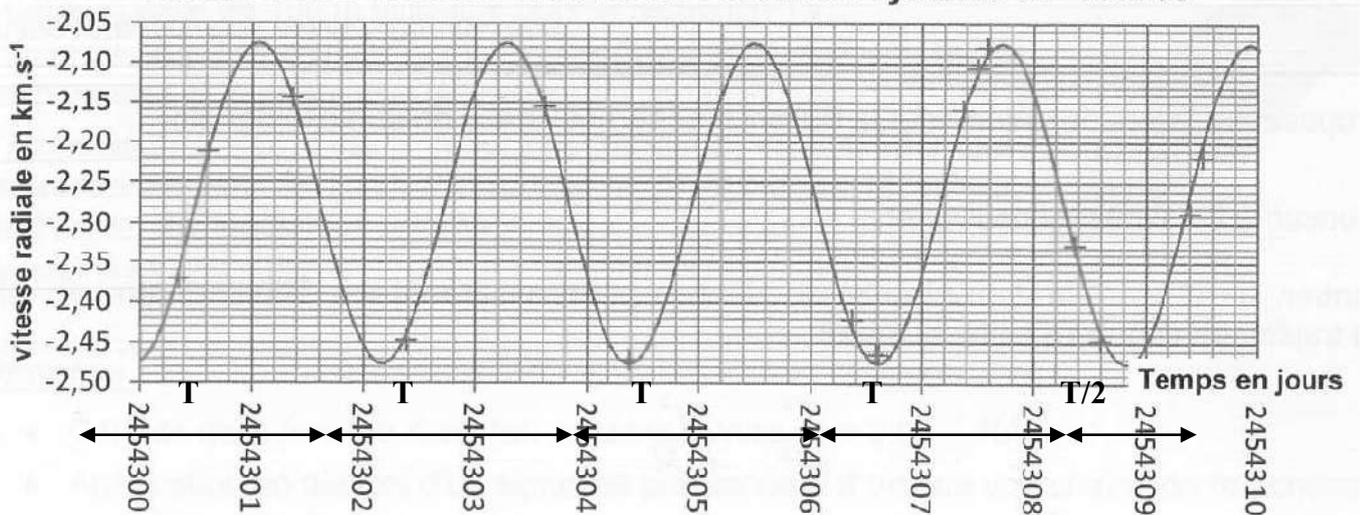
Pour tracer le graphe du doc.2, les chercheurs ont suivi la démarche suivante :

- ils ont enregistré le spectre de raies de l'étoile au cours de plusieurs nuits ;
- ils ont mesuré le décalage spectral $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{\text{mesurée}}$ entre la longueur d'onde mesurée $\lambda_{\text{mesurée}}$ et la longueur d'onde de référence $\lambda = 658,2 \text{ nm}$;
- ils en ont déduit la vitesse v du système {étoile-planète}.

Complément :



Variation des vitesses radiales de l'étoile du système HD 189733



1.2.

Soit T la période de révolution de l'étoile autour du centre de gravité G du système.

En $2454310 - 2454300 = 10$ jours on mesure $4,5 \cdot T$ soit :

$$4,5T = 10 \Leftrightarrow T = \frac{10}{4,5} = 2,22 \text{ jours soit } T = 2,22 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 1,9 \times 10^5 \text{ s.}$$

(Valeur exacte stockée en mémoire)

L'exoplanète possède la même période de révolution que l'étoile comme l'indique le document 1.

1.3. Le graphe du doc.2 étant **une sinusoïde**, la trajectoire de la planète autour du centre de gravité G est **un cercle**.

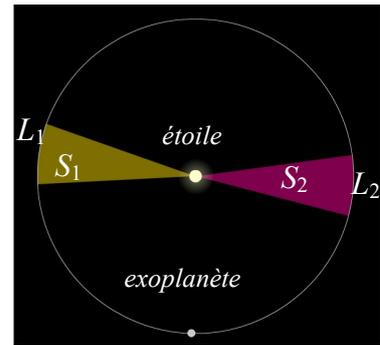
1.4. On suppose que le centre de gravité du système est confondu avec le centre de l'étoile. La trajectoire de l'exoplanète est un cercle.

Utilisons la deuxième loi de Kepler : « Le rayon vecteur étoile-exoplanète, orienté de l'étoile vers l'exoplanète, balaye des surfaces égales pendant des intervalles de temps égaux ».

Ainsi, pendant la même durée Δt , les longueurs L_1 et L_2 parcourues par l'exoplanète sont égales. Par conséquent, les vitesses $v_1 = \frac{L_1}{\Delta t}$ et

$v_2 = \frac{L_2}{\Delta t}$ sont égales.

Le mouvement de l'exoplanète est donc **uniforme**.



2. Habitabilité de l'exoplanète du système HD 189733

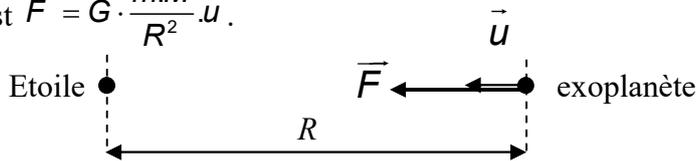
2.1. Troisième loi de Kepler : Le carré de la période de révolution T est proportionnel au cube du demi-grand axe de la trajectoire elliptique, soit : $\frac{T^2}{a^3} = Cte$.

2.2. La 2ème loi de Newton appliquée au système {exoplanète}, dans le référentiel de l'étoile supposé galiléen indique $\Sigma \vec{F}_{Ext.} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. En considérant que l'exoplanète n'est soumise qu'à la force \vec{F} d'attraction

gravitationnelle de l'étoile, on a $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. La masse m de l'exoplanète étant constante, on a : $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} =$

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}.$$

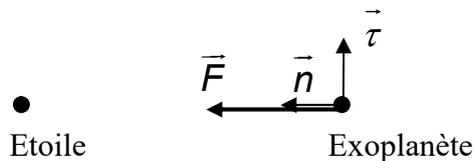
En considérant que la trajectoire est circulaire et de rayon R alors l'expression vectorielle de la force gravitationnelle \vec{F} est $\vec{F} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \cdot \vec{u}$.



Ainsi : $G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}$

L'accélération de l'étoile est donc : $G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot \vec{u} = \vec{a}$.

Dans le repère de Frenet (Exoplanète, $\vec{n}, \vec{\tau}$),



le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$.

avec $\vec{n} = \vec{u}$ on obtient : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$.

En égalant les deux expressions de l'accélération, il vient : $\frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \vec{u} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$

Par identification on obtient :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{u} : \frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{v^2}{R} \\ \text{sur } \vec{\tau} : 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \text{cte} \end{cases}$$

Remarque 1 : La deuxième équation montre que la valeur de la vitesse de l'exoplanète est constante donc le mouvement est uniforme. Cette méthode aurait pu être utilisée à la question 1.4.

Remarque 2 : on peut se passer de l'utilisation du repère de Frenet. En effet, on a montré que le mouvement était circulaire et uniforme dans la partie 1. Dans ce cas, l'accélération de l'exoplanète est radiale et s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}$. On retrouve alors directement la première équation de l'accolade en égalant les deux expressions de l'accélération.

On a : $\frac{G.M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$ donc on en déduit que $v = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$.

Pendant une période T , l'exoplanète parcourt son orbite de longueur $2\pi R$ à la vitesse v autour de l'étoile donc :

$$T = \frac{2\pi.R}{v}$$

Ainsi : $T^2 = \frac{4\pi^2.R^2}{v^2}$

Or : $v^2 = \frac{G.M}{R}$, on en déduit que : $T^2 = \frac{4\pi^2.R^2}{\frac{G.M}{R}} = \frac{4\pi^2.R^3}{G.M}$

Finalement on obtient : $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}}$

2.3. On a : $R^3 = \frac{G.M.T^2}{4\pi^2}$ soit finalement $\boxed{R = \left(\frac{G.M.T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}$

avec $M = 0,82 \times M_0$ et $M_0 = 1,989 \times 10^{30}$ kg.

$$R = \left(\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 0,82 \times 1,989 \times 10^{30} \times (1,92 \times 10^5)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

Calculator display showing the calculation of R in meters:

```
(6.67E-11*0.82*1.989E30*1.92E5^2/(4*pi^2))^(1/3)
4.665939071E9
```

$R = 4,7 \times 10^9$ m valeur non arrondie stockée en mémoire

2.4. Sachant que 1 U.A = $1,50 \times 10^8$ km = $1,50 \times 10^{11}$ m, on a :

$$R = \frac{4,6659 \times 10^9}{1,50 \times 10^{11}} = 3,11 \times 10^{-2} \text{ U.A.}$$

L'étoile ayant des caractéristiques similaires à celle du Soleil (doc.2), on peut penser que sa zone d'habitabilité est voisine de celle du Soleil : elle serait donc comprise entre 0,726 U.A. et 1,52 U.A. Comme R n'appartient pas à cet intervalle, l'exoplanète n'est pas dans la zone d'habitabilité de l'étoile HD 189733, elle recevrait trop de puissance par mètre carré.