

Bac 2023 Métropole septembre Jour 1

<https://labolycee.org>**EXERCICE 1 - OBSERVATION ORNITHOLOGIQUE D'UNE OIE CENDRÉE (11 pts)**

Certains parcs ornithologiques proposent des sorties mêlant observations des oiseaux, suivies d'analyse d'échantillons récoltés comme par exemple des plumes.

Cet exercice s'intéresse dans un premier temps à l'observation d'une oie cendrée à l'œil nu et à l'aide d'une longue-vue. Puis, dans un second temps, phénomène d'interférences lumineuses est utilisé pour déterminer des dimensions caractéristiques de la structure d'une plume d'oie.



Oie cendrée

Données :

- Taille approximative d'une oie cendrée : 80 cm ;
- Taille approximative du bec d'une oie cendrée : 7 cm ;
- Distance focale de l'objectif L_1 de la longue-vue : $f_1' = 450$ mm ;
- Distance focale de l'oculaire L_2 de la longue-vue : $f_2' = 30$ mm ;
- Relation de conjugaison pour une lentille L de centre optique O : $\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f'}$ où $\overline{OA'}$ est la distance algébrique entre le centre optique de la lentille L et le point A' , \overline{OA} est la distance algébrique entre le centre optique de la lentille L et le point A et f' est la distance focale de la lentille ;
- Grandissement transversal $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ où $\overline{A'B'}$ est la taille algébrique de l'image $A'B'$ et \overline{AB} est celle de l'objet AB ;
- Approximation dans le cas de petits angles ($\theta \ll 1$ rad) : $\sin \theta = \theta$; $\tan \theta = \theta$.

1. Observation d'une oie cendrée à l'œil nu

L'œil est un système complexe que l'on peut modéliser par l'association (**figure 1**) :

- d'une lentille mince convergente L , d'axe optique Δ , de distance focale $f' = \overline{OF'} = 17$ mm, de centre optique O ;
- d'un écran situé à une distance $D = 17$ mm du centre optique O .

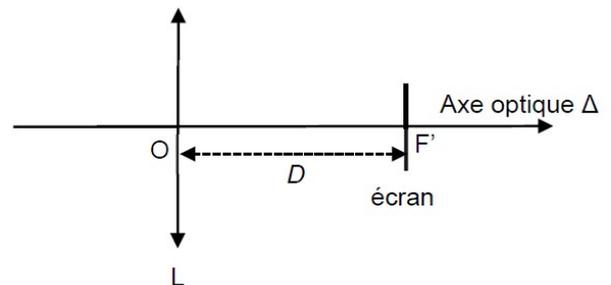


Figure 1. Schéma simplifié du modèle de l'œil

La rétine est une membrane qui tapisse le fond de l'œil et qui joue le rôle d'écran. L'oie cendrée est modélisée par un objet de hauteur AB perpendiculaire à l'axe optique en A et situé à 280 m du centre optique O . L'image de AB à travers la lentille L est notée $A'B'$.

Q1. Justifier que la position de l'image $A'B'$ de l'oie par la lentille L est telle que $\overline{OA'} = 17$ mm.

Q2. Vérifier que la taille de l'image $A'B'$ de l'oie sur la rétine de l'observateur est voisine de 49 μm . Sachant que la rétine est assimilée à un disque de rayon égal à 6 mm centré en F' , préciser si l'oie est vue en entier par un observateur.

Le pouvoir séparateur de l'œil humain est l'angle limite, noté α_m , sous lequel un objet peut être vu distinctement par l'œil (voir figure 2) ; sa valeur est de 3×10^{-4} rad.

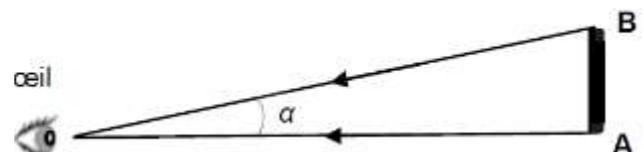


Figure 2. L'objet AB est vu sous un angle α par l'œil. Il peut être distinctement vu par l'œil si $\alpha > \alpha_m$

Q3. Déterminer la distance minimale séparant deux points A et B d'un objet pouvant être vus lorsqu'ils sont situés à une distance de 280 m de l'œil.

En déduire si l'oie peut être vue distinctement par l'observateur à l'œil nu puis déterminer si le bec de l'oie peut être observé distinctement.

2. Observation avec une longue-vue assimilée à une lunette astronomique afocale

L'oie est désormais observée à l'aide d'une longue-vue assimilée à une lunette astronomique afocale. Cette lunette est composée d'une lentille L_1 de distance focale f_1' jouant le rôle de l'objectif et d'une lentille L_2 de distance focale f_2' jouant le rôle de l'oculaire. On considère que l'oie, modélisée par un objet AB perpendiculaire à l'axe optique en A , est « à l'infini ». L'image de AB à travers la lentille L_1 est notée A_1B_1 . L'image de A_1B_1 à travers la lentille L_2 est notée A_2B_2 .

Q4. Compléter la figure A1 de l'**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** pour représenter l'image A_1B_1 formée par la lentille L_1 d'un objet AB (représentant l'oie) situé à l'infini.

Q5. Placer, en justifiant, le foyer objet F_2 de la lentille L_2 sur la figure A1 de l'**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Une lunette astronomique est caractérisée par son grossissement d'expression :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

avec α l'angle sous lequel l'objet AB est vu à l'œil nu et α' l'angle sous lequel l'image A_2B_2 est vue à travers la lunette astronomique afocale.

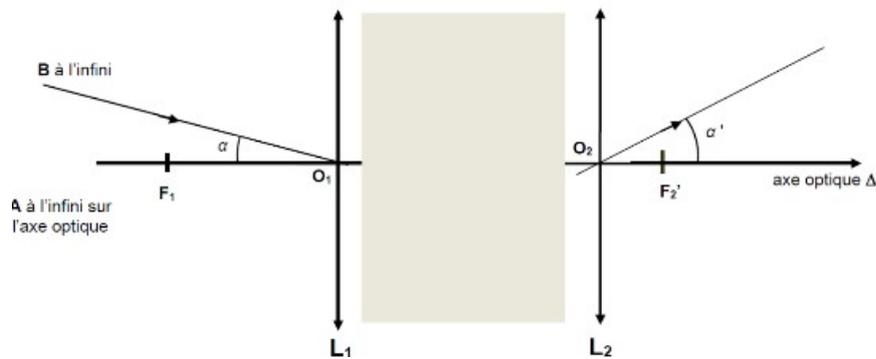


Figure 3. Représentation, sans souci d'échelle, de la lunette astronomique.

Q6. En considérant les angles α et α' exprimés en radians comme petits, montrer que le grossissement de la lunette astronomique afocale peut s'exprimer par la relation :

$$G = \frac{f_1'}{f_2'}$$

On peut s'appuyer sur la figure A1 de l'**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q7. Calculer la valeur du grossissement G de la lunette astronomique afocale.

Q8. Indiquer en justifiant si l'observateur voit distinctement, à travers la longue-vue, le bec de l'oie située à 280 m.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

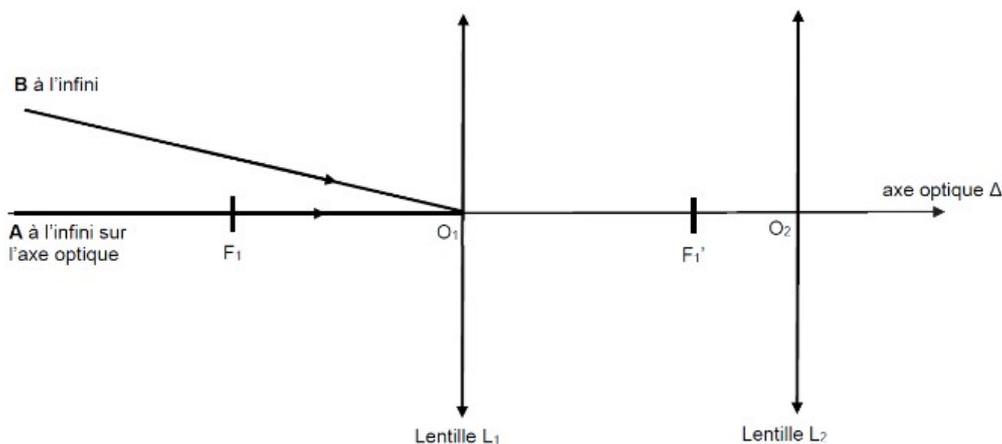


Figure A1. Schéma de la longue-vue (représentée sans souci d'échelle) assimilée à une lunette astronomique afocale

EXERCICE 1 - OBSERVATION ORNITHOLOGIQUE D'UNE OIE CENDRÉE (11 pts)

1. Observation d'une oie cendrée à l'œil nu

Q1. Justifier que la position de l'image A'B' de l'oie par la lentille L est telle que $\overline{OA'} = 17 \text{ mm}$.

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \overline{OA'} = \left(\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} \text{ avec } \overline{OA} = -280 \text{ m et } f' = 17 \text{ mm} = 1,7 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

$$\overline{OA'} = \left(\frac{1}{-280} + \frac{1}{17 \times 10^{-3}} \right)^{-1} = 1,7 \times 10^{-2} \text{ m} = 17 \text{ mm.}$$

$$\left(\frac{1}{-280} + \frac{1}{17 \times 10^{-3}} \right)^{-1} = 0.0170010322$$

L'image de l'oie se forme sur la rétine.

(1pt)

Remarque : à 280 m, l'objet AB est considéré à l'infini.

Ainsi : $\overline{OA} \rightarrow -\infty$ et $\frac{1}{\overline{OA}} \rightarrow 0$ donc $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'}$ et $\overline{OA'} = f' = 17 \text{ mm}$.

Q2. Vérifier que la taille de l'image A'B' de l'oie sur la rétine de l'observateur est voisine de 49 μm. Sachant que la rétine est assimilée à un disque de rayon égal à 6 mm centré en F', préciser si l'oie est vue en entier par un observateur.

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \text{ soit } \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'} \times \overline{AB}}{\overline{OA}} \text{ avec } \overline{OA'} = f' = 17 \text{ mm ; } \overline{AB} = 80 \text{ cm et } \overline{OA} = -280 \text{ m.}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{17 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-2}}{(-280)} = -4,9 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{17 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-2}}{-280} = -4.85714286 \times 10^{-5}$$

(0,75pt) Donc la taille de l'oie sur la rétine vaut $\overline{A'B'} = 49 \times 10^{-6} \text{ m} = 49 \text{ μm}$.

Comme $49 \times 10^{-6} \text{ m} < 6 \text{ mm} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$, l'oie est vue en entier par l'observateur.

Q3. Déterminer la distance minimale séparant deux points A et B d'un objet pouvant être vus lorsqu'ils sont situés à une distance de 280 m de l'œil.

En déduire si l'oie peut être vue distinctement par l'observateur à l'œil nu puis déterminer si le bec de l'oie peut être observé distinctement.

(0,75pt) Un objet est vu distinctement par l'œil si $\alpha > \alpha_m = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$.

Or $\tan \alpha = \frac{AB}{OA} \approx \alpha$ dans l'approximation des petits angles.

Pour $\alpha = \alpha_m$ on a $AB = d_m =$ distance minimale entre A et B

soit $\alpha_m = \frac{d_m}{OA}$ d'où : $d_m = OA \times \alpha_m$

$d_m = 280 \times 3 \times 10^{-4} \text{ m} = 8,4 \times 10^{-2} \text{ m} = 8,4 \text{ cm}$.

L'oie mesure 80 cm > 8,4 cm : elle est vue distinctement à l'œil nu.

Le bec mesure 7 cm < 8,4 cm : il n'est pas vu distinctement à l'œil nu.

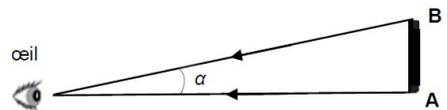


Figure 2. L'objet AB est vu sous un angle α par l'œil. Il peut être distinctement vu par l'œil si $\alpha > \alpha_m$

2. Observation avec une longue-vue assimilée à une lunette astronomique afocale

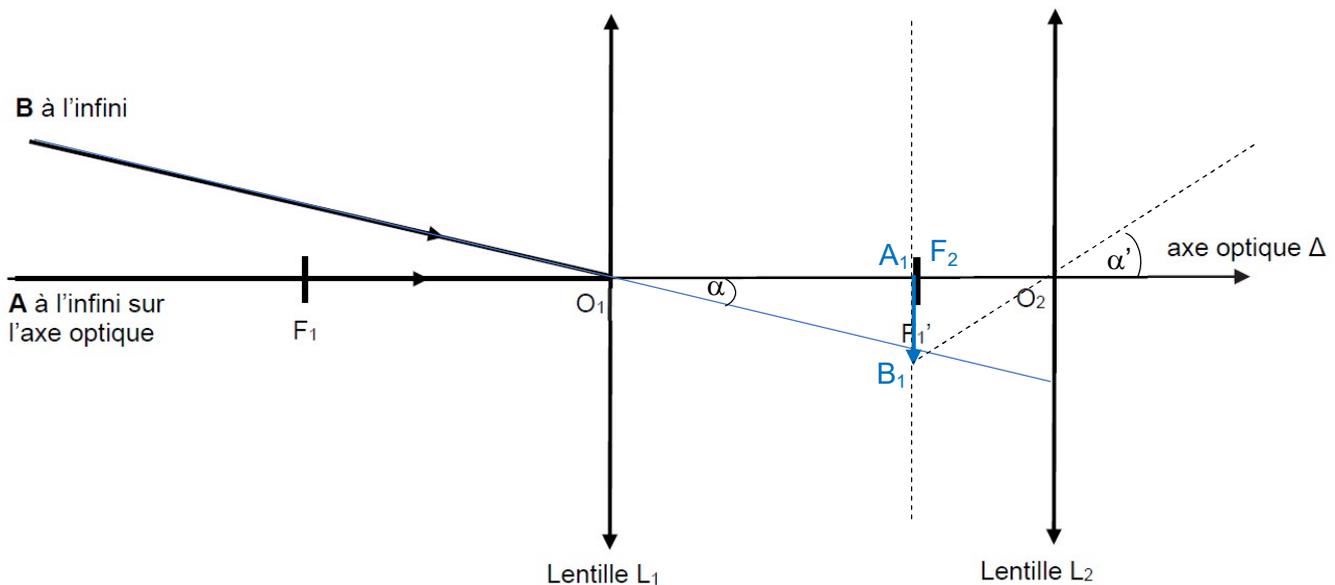
Q4. Compléter la figure A1 de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE pour représenter l'image A₁B₁ formée par la lentille L₁ d'un objet AB (représentant l'oie) situé à l'infini.

(0,5pt) L'oie est située à l'infini. Son image A₁B₁ par la lentille L₁ est située dans le plan focal image de L₁, passant par F'₁ (en pointillés). Le point A₁ est confondu avec le foyer image F'₁ de L₁.

Le rayon issu du point B et passant par O₁ n'est donc pas dévié. Il coupe le plan focal image de L₁ en B₁.

Q5. Placer, en justifiant, le foyer objet F₂ de la lentille L₂ sur la figure A₁ de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.

(0,5pt) La lunette astronomique étant afocale le foyer objet F₂ est confondu avec le foyer image F'₁.



Q6. En considérant les angles α et α' exprimés en radians comme petits, montrer que le grossissement de la lunette astronomique afocale peut s'exprimer par la relation : $G = \frac{f_1'}{f_2}$.

(1,5 pt) $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$ $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{O_1F_1'} = \frac{A_1B_1}{f_1'} \approx \alpha$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$ $\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{O_2F_1'} = \frac{A_1B_1}{f_2} \approx \alpha'$.

$$G = \frac{\frac{A_1B_1}{f_2}}{\frac{A_1B_1}{f_1'}} = \frac{A_1B_1}{f_2} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2} \text{ soit } \boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2}}$$

Q7. Calculer la valeur du grossissement G de la lunette astronomique afocale.

(0,5pt) $G = \frac{450 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = 15$.

Q8. Indiquer en justifiant si l'observateur voit distinctement, à travers la longue-vue, le bec de l'oie située à 280 m.

(1pt) $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = 15$ donc $\alpha' = G \times \alpha$.

Avec α l'angle sous lequel est vu le bec de taille $AB = 7 \text{ cm}$ à la distance $O_1A = 280 \text{ m}$.

$$\tan \alpha = \frac{AB}{O_1A} \approx \alpha \text{ donc } \boxed{\alpha' = G \times \frac{AB}{O_1A}}$$

$$\alpha' = 15 \times \frac{7 \times 10^{-2}}{280} = 3,75 \times 10^{-3} \text{ rad} > 3 \times 10^{-4} \text{ rad}.$$

$15 \times \frac{7E-2}{280}$	$\frac{3}{800}$
Rep > Déc	$3,75E-3$

L'observateur voit donc distinctement le bec de l'oie centrée à 280 m à travers la longue vue.

EXERCICE 3 - MARS VUE SOUS L'OEIL DE KEPLER (6 points)

Johannes Kepler (1571-1630) est un astronome allemand connu pour avoir établies trois lois qui portent son nom et qui permettent notamment de décrire le mouvement des planètes du système solaire.



On étudie dans cet exercice la troisième loi de Kepler appliquée à la planète Mars, puis on détermine les caractéristiques d'une lunette astronomique permettant d'observer cette planète.

2. Observer Mars à l'aide d'une lunette astronomique

En 1611, Johannes Kepler propose dans son ouvrage *Dioptricae* une nouvelle combinaison optique pour la lunette astronomique utilisée par Galilée en remplaçant la lentille divergente par une lentille convergente.

D'après La science moderne : de 1450 à 1800, de René Taton

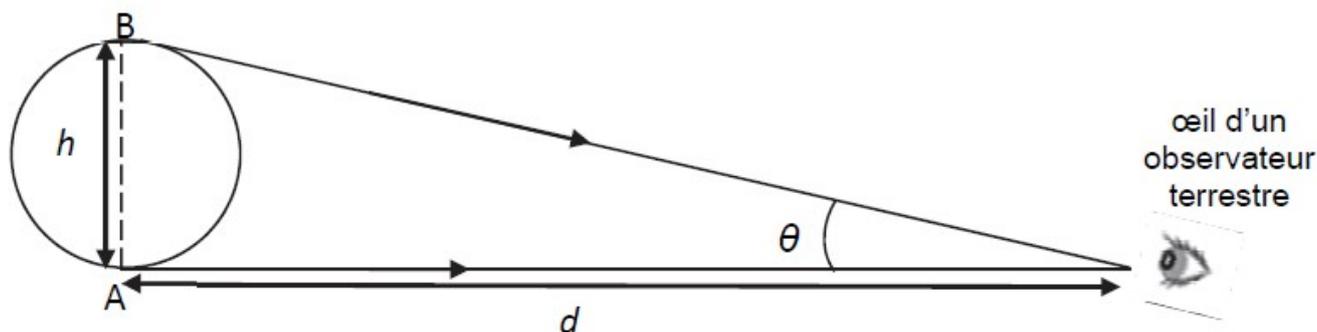
Fondées sur ce modèle, les lunettes astronomiques actuelles sont formées de deux lentilles minces convergentes. On a représenté sur la figure A1 de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE** le schéma optique d'une lunette astronomique afocale.

Données :

- la distance minimale entre Mars et la Terre est de 62,07 millions de kilomètres ;
- à l'œil nu, l'angle sous lequel est vue la Lune est de $9,0 \times 10^{-3}$ rad ;
- le diamètre de Mars est de 6 794 km ;
- pour des angles suffisamment petits, c'est-à-dire très inférieurs à 1 radian, on peut écrire :

$$\tan \theta = \theta \quad (\text{où } \theta \text{ est exprimé en radian}).$$

On présente sur le schéma ci-dessous l'angle θ sous lequel un observateur voit un objet AB de hauteur h lorsqu'il se situe à une distance d grande devant h .



Q1. Sur la figure A1 de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE**, on note L_1 et L_2 les deux lentilles minces convergentes. Préciser la lentille correspondant à l'objectif et celle correspondant à l'oculaire de la lunette.

On considère un objet situé à l'infini, noté $A_\infty B_\infty$. On observe cet objet avec la lunette.

Q2. Tracer sur la figure A1 de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE** la marche des rayons lumineux provenant de B_∞ à travers la lentille L_1 et la lentille L_2 en faisant apparaître l'image intermédiaire, notée $A_1 B_1$, de l'objet $A_\infty B_\infty$ à travers la lentille L_1 .

La plupart du temps, il est difficile d'observer Mars depuis la Terre, notamment à cause de sa petite taille. La situation la plus favorable est quand Mars est en opposition, c'est-à-dire alignée avec la Terre et le Soleil. Cette situation correspond au moment où Mars est au plus près de la Terre.

D'après <https://www.observatoiredeparis.psl.eu>

On observe Mars à l'aide d'une lunette astronomique dont les caractéristiques sont données en tableau 2.

Distance focale de l'objectif	900 mm
Diamètre de l'objectif	70 mm
Masse du tube optique	1,75 kg
Distance focale des oculaires interchangeables	10 mm ; 25 mm ; 40 mm

Tableau 2. Fiche technique d'une lunette astronomique 70/900 (d'après www.maison-astronomie.com)

Q3. Représenter les angles θ_1 (angle sous lequel est vu Mars à l'œil nu) et θ_2 (angle sous lequel est vu Mars à l'aide de la lunette) sur la figure A1 de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q4. On rappelle que le grossissement G de la lunette s'écrit : $G = \frac{\theta_2}{\theta_1}$. Établir que le grossissement s'exprime en

fonction des distances focales de l'objectif et de l'oculaire notées respectivement f'_{obj} et f'_{ocu} : $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}$.

Q5. Dans la situation où Mars est au plus près de la Terre, déterminer parmi les oculaires fournis avec la lunette décrite au tableau 2, celui qui permet à un observateur de voir Mars au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu.

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE

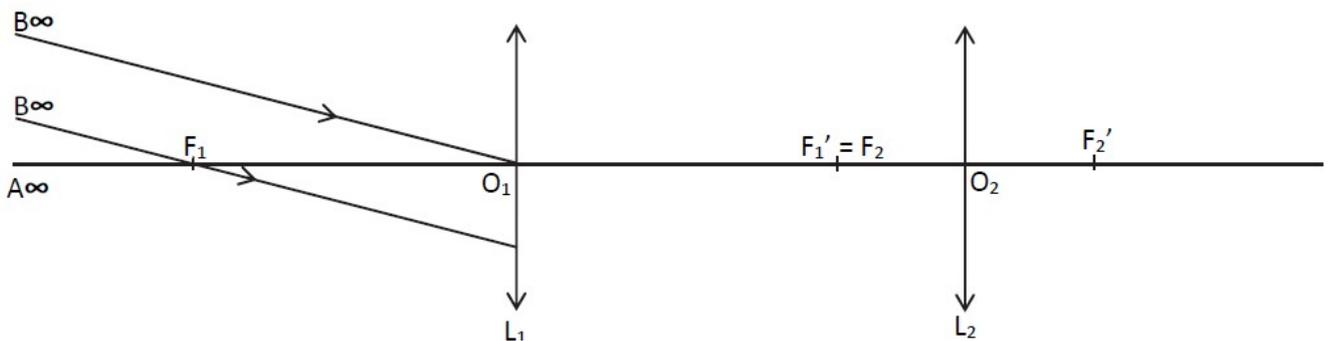


Figure A1 – Modèle de la lunette astronomique

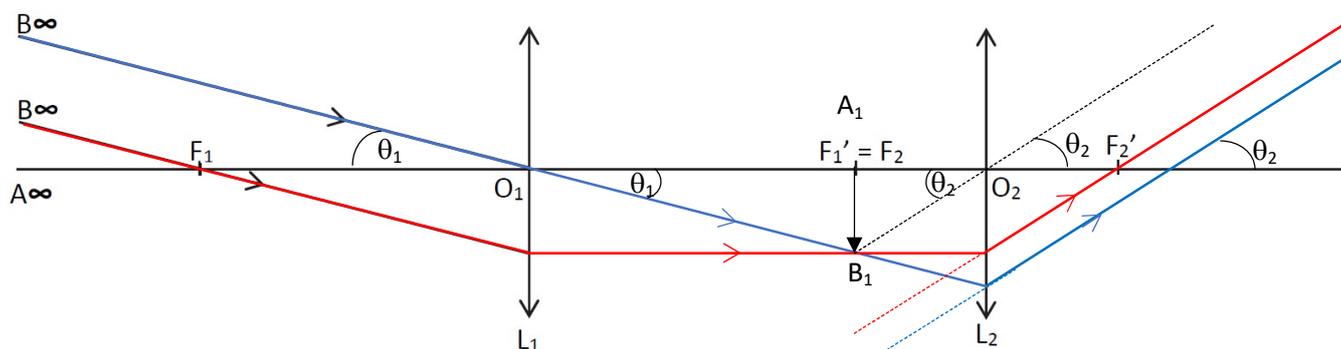
2. Observer Mars à l'aide d'une lunette astronomique

Q1. Sur la figure A₁ de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE, on note L₁ et L₂ les deux lentilles minces convergentes. Préciser la lentille correspondant à l'objectif et celle correspondant à l'oculaire de la lunette.

(0,25pt) La lentille L₁ est la lentille la plus proche de l'objet à observer : L₁ est l'objectif.

La lentille L₂ est la lentille la plus proche de l'œil : L₂ est l'oculaire

Q2. Tracer sur la figure A₁ de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE la marche des rayons lumineux provenant de B_∞ à travers la lentille L₁ et la lentille L₂ en faisant apparaître l'image intermédiaire, notée A₁B₁, de l'objet A_∞B_∞ à travers la lentille L₁.



(1pt) Justifications ci-dessous non demandées.

Le rayon issu de B_∞ et passant par le foyer objet F₁, émerge de L₁ parallèlement à l'axe optique (en rouge). Il sort de L₂ en passant par le foyer image F₂' de L₂.

Le rayon issu de B_∞ et passant par le centre optique O₁ de L₁ n'est pas dévié (en bleu). Il sort de L₂ parallèle au rayon précédent car l'image définitive est située à l'infini.

L'objet A_∞B_∞ étant situé à l'infini, son image A₁B₁ par L₁ est située dans le plan focal image de L₁ : A₁ est donc confondu avec F₁' = F₂ et B₁ est l'intersection des deux rayons issus de B_∞.

Q3. Représenter les angles θ₁ (angle sous lequel est vu Mars à l'œil nu) et θ₂ (angle sous lequel est vu Mars à l'aide de la lunette) sur la figure A1 de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE.

(0,5pt) Angles représentés sur l'annexe A₁.

Q4. On rappelle que le grossissement G de la lunette s'écrit : $G = \frac{\theta_2}{\theta_1}$. Établir que le grossissement s'exprime en

fonction des distances focales de l'objectif et de l'oculaire notées respectivement f'_{obj} et f'_{ocu} : $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}$.

(0,5pt) Grossissement : $G = \frac{\theta_2}{\theta_1}$. Pour de petits angles exprimés en radian : $\tan \vartheta \approx \vartheta$.

$$\text{Triangle } O_1A_1B_1 : \tan \theta_1 = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \frac{A_1B_1}{f'_{obj}} \approx \theta_1 ; \quad \text{Triangle } O_2A_1B_1 : \tan \theta_2 = \frac{A_1B_1}{O_2F'_2} = \frac{A_1B_1}{f'_{ocu}} \approx \theta_2$$

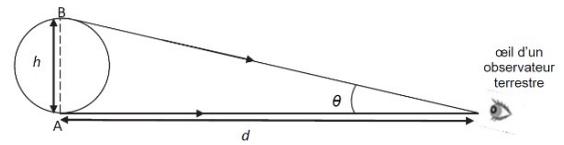
$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_{ocu}}}{\frac{A_1B_1}{f'_{obj}}} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} \Leftrightarrow \boxed{G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}}$$

Q5. Dans la situation où Mars est au plus près de la Terre, déterminer parmi les oculaires fournis avec la lunette décrite au tableau 2, celui qui permet à un observateur de voir Mars au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu.

(1pt)

$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} \text{ donc } f'_{ocu} = \frac{f'_{obj} \times \theta_1}{\theta_2} \text{ avec } f'_{obj} = 900 \text{ mm.}$$

Pour de petits angles en radian : $\tan \vartheta \approx \vartheta = \frac{h}{D}$.



Angle sous lequel Mars est vue à l'œil nu : $\vartheta_M = \frac{h}{D} = \frac{6794 \text{ km}}{62,07 \times 10^6 \text{ km}} = 1,095 \times 10^{-4} \text{ rad.}$

Angle sous lequel la Lune est vue à l'œil nu : $\vartheta_L = 9,0 \times 10^{-3} \text{ rad.}$

L'observateur souhaite voir Mars à travers la lunette astronomique au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu donc :

$$\vartheta_2 \geq \vartheta_L = 9,0 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_M = 1,095 \times 10^{-4} \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

Dans le cas où $\vartheta_2 = \vartheta_L \Leftrightarrow f'_{ocu} = \frac{900 \text{ mm} \times 1,095 \times 10^{-4} \text{ rad}}{9,0 \times 10^{-3} \text{ rad}} = 11 \text{ mm.}$

Le grossissement minimal correspondant est $G_{\min} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} = \frac{900}{11} = 82.$

Calculons les trois grossissements possibles pour les trois oculaires : $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} = \frac{900}{f'_{ocu}}$

f'_{ocu} (en m)	10	25	40
G	90	36	22,5

Seul l'objectif de distance focale **10 mm** convient car $G = 90 > G_{\min} = 82.$