

EXERCICE I Bac septembre 2021 Métropole EXERCICE 1 Cesta Punta (10 points)

Mots-clés : Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme ; énergie

La pelote basque est un sport de balle se pratiquant à main nue, avec une raquette en bois ou avec un chistera (gant en osier). La cesta punta est une des spécialités de la pelote basque. Le jeu consiste à renvoyer la balle servie par l'adversaire avec un chistera sur le mur appelé le fronton.

Le service s'effectue sur un terrain rectangulaire sur lequel des lignes de référence sont tracées. Le service s'effectue à 36 mètres du mur, il est réussi lorsque la balle, après avoir rebondi contre le mur, retombe entre les lignes 4 et 7.



Source FFPB

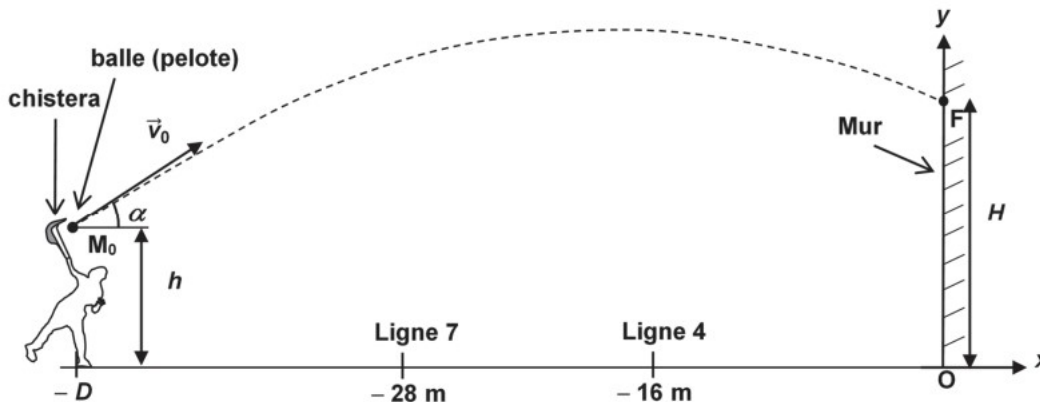


Figure 1. Schéma, qui n'est pas à l'échelle, d'un terrain de pelote basque et allure de la trajectoire de la balle

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère $(Ox ; Oy)$, une balle supposée ponctuelle est envoyée par un joueur depuis un point M_0 de coordonnées $x_0 = -D$ et $y_0 = h$. Grâce à son chistera, le joueur lance la balle à une vitesse initiale de norme v_0 dont le vecteur forme un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de la balle s'effectue dans le champ de pesanteur ; on néglige l'influence de l'air.

Le moment où la balle quitte le chistera est choisi comme origine des dates : $t_0 = 0$ s.

Le but de cet exercice est d'étudier, à l'aide du modèle de la chute libre, le mouvement de la balle afin de prévoir si le service est réussi. Le mouvement est décomposé en deux phases : avant puis après le rebond sur le mur.

Données :

$D = 36$ m ;

masse de la balle : $m = 126$ g ;

valeur mesurée à l'aide d'un radar de la vitesse initiale de la balle : $v_0 = 36,2$ m·s⁻¹ ;

$\alpha = 12^\circ$;

intensité de la pesanteur : $g = 9,81$ m·s⁻² .

1. Mouvement de la balle avant le rebond sur le mur

1.1. Indiquer l'information de l'énoncé permettant de formuler l'hypothèse que le mouvement de la balle s'effectue dans le cadre du modèle de la chute libre.

1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement de la balle. selon l'axe Déterminer les coordonnées du point d'impact sur le mur et montrer que la balle frappe le mur à la date $t_F = 1,0$ s.

2. Étude énergétique de la balle avant le rebond sur le mur

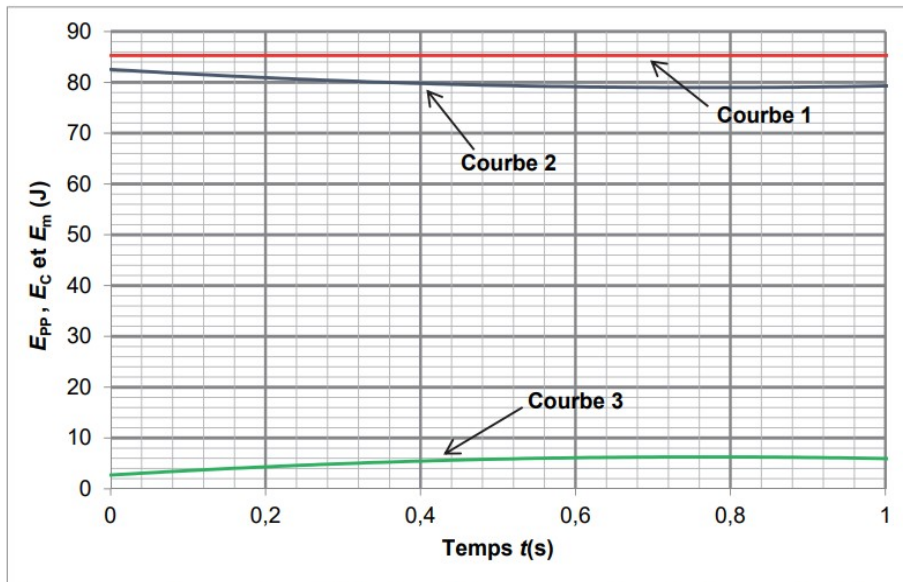


Figure 2. Courbes simulées, à l'aide du modèle de la chute libre, des énergies de la balle avant le rebond

2.1. Rappeler les expressions littérales de l'énergie cinétique E_c , de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} et de l'énergie mécanique E_m de la balle. L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle à l'ordonnée $y = 0$ m. On note v la norme du vecteur vitesse de la balle.

2.2. Calculer la valeur de l'énergie cinétique E_c à la date $t = 0$ s.

2.3. En explicitant votre raisonnement, identifier pour chaque courbe de la figure 2 la forme d'énergie correspondante.

2.4. À l'aide de la figure 2, évaluer la valeur de la hauteur H de la balle lorsqu'elle touche le mur au point F.

LE JEU DU CORNHOLE

Le Cornhole, contraction des mots anglais « corn » et « hole » voulant dire « maïs » et « trou », est un jeu de plein air pratiqué entre autres aux États-Unis et au Canada.

Les règles de ce jeu sont assez simples. Chaque joueur est muni de quatre petits sacs contenant du maïs qu'il doit lancer en direction d'une planche inclinée par rapport à l'horizontale munie d'un trou circulaire et située environ à 8 mètres du joueur. À chaque fois qu'un sac retombe sur la planche, le joueur marque un point ; si le sac passe par le trou circulaire, le joueur marque trois points. Le premier joueur qui marque 21 points gagne la partie.

On étudie dans cet exercice les aspects énergétiques du lancer du sac puis le mouvement du centre de masse du sac dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

**Données :**

- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- masse du sac : $m = 440 \text{ g}$.

Extrait du site Internet
www.quora.com

Un joueur se place à une distance d de la planche afin de réaliser un lancer de son sac de maïs. La situation est représentée sur la figure 1 ci-dessous. Afin de simplifier l'étude, la planche est considérée quasi-horizontale. Dans le repère d'espace (Ox, Oz) muni des vecteurs unitaires \vec{i} et \vec{k} , le sac de maïs est lancé, depuis une hauteur initiale H , avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{v}_0 est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On s'intéresse au mouvement du centre de masse G du sac. L'axe (Oz) du repère d'espace est vertical.

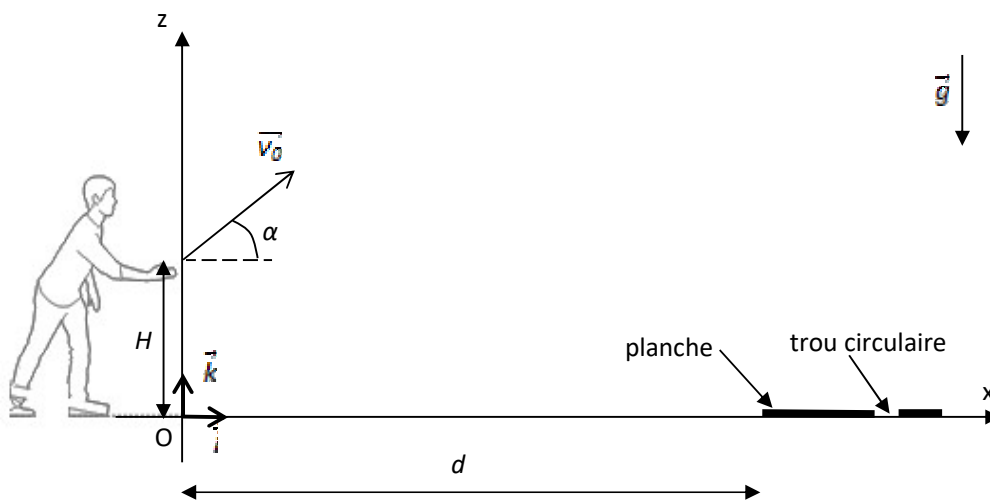


Figure 1. Schéma représentant la situation du lancer du sac

1. Étude énergétique

Le mouvement complet du sac est filmé puis étudié à l'aide d'un logiciel de pointage. Les données de la partie ascendante du mouvement sont traitées à l'aide d'un programme écrit en langage python (extrait en figure 2) qui permet de représenter l'évolution au cours du temps des énergies cinétique (E_c), potentielle de pesanteur (E_{pp}) et mécanique (E_m) du sac (figure 3).

```
1 #importation des bibliothèques utilisées
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 # valeurs experimentales
6 z=np.array([0.869,0.996,1.17,1.3,1.41,1.51,1.6,1.67,1.75,1.82,1.86,1.92,1.94,1.94,1.97,1.96,1.96])
7 t=np.array([0,0.033,0.067,0.1,0.133,0.167,0.2,0.233,0.267,0.3,0.333,0.367,0.4,0.433,0.467,0.5,0.533])
8 vx=np.array([7.61,7.66,7.712,7.517,7.595,7.578,7.334,7.39,7.329,7.184,7.239,7.116,7.065,7.119,6.997,7.006,6.997])
9 vz=np.array([4.8,4.484,4.158,3.797,3.219,2.787,2.515,2.314,2.008,1.827,1.447,0.9539,0.7198,0.3329,0.1782,
10 -0.02958,-0.4165])
11
12 #Calcul des énergies
13 m=0.440
14 g=9.81
15 ? = (vx**2 + vz**2)**(1/2)
16 ? = 0.5*m*v**2
17 ? = m*g*z
18 ? = 0.5*m*v**2 + m*g*z
19
```

Figure 2. Extrait du programme écrit en langage python

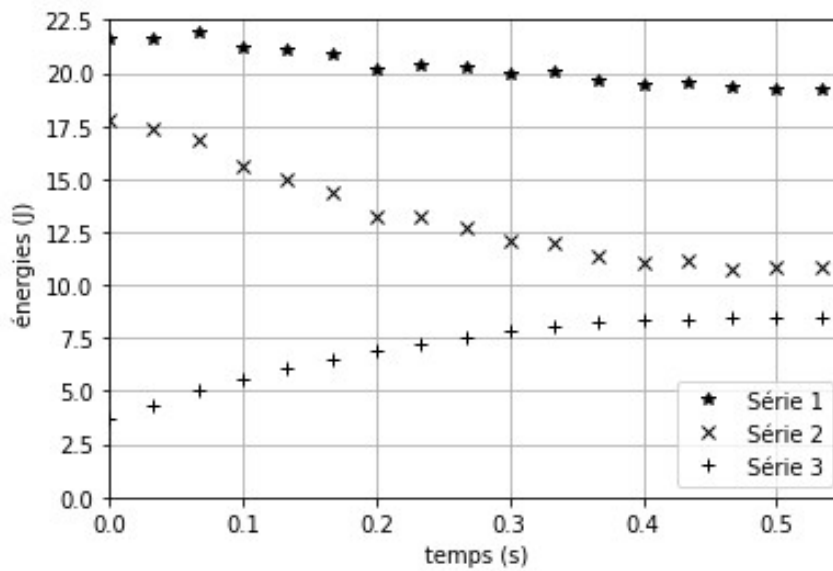


Figure 3. Évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du sac au cours du temps obtenue à l'aide du programme écrit en langage python

1.1 Identifier les grandeurs calculées dans l'extrait du programme écrit en langage python (figure 2) aux lignes 15, 16, 17 et 18.

1.2 Exploitation de la figure 3

1.2.1 En justifiant votre choix, attribuer à chaque série l'énergie qui lui correspond.

1.2.2 Expliquer en quoi les résultats expérimentaux permettent de considérer que l'action de l'air sur le sac n'est pas négligeable devant le poids du sac.

1.2.3 Estimer la valeur de la vitesse initiale v_f du centre de masse du sac.

1.2.4 Estimer la valeur de l'altitude initiale H du centre de masse du sac. Commenter.

2. Étude du mouvement du sac après le lancer

On souhaite étudier la chute du sac au cours du temps. La situation est toujours représentée sur la figure 1. Les frottements ne seront pas pris en compte dans cette partie.

On souhaite établir les expressions littérales des grandeurs accélération, vitesse et position du sac lors de son mouvement, ainsi que les caractéristiques (vitesse initiale et direction initiale) nécessaires à la réussite d'un lancer valant trois points.

Les dimensions de la planche sont précisées sur la figure 4 ci-dessous :

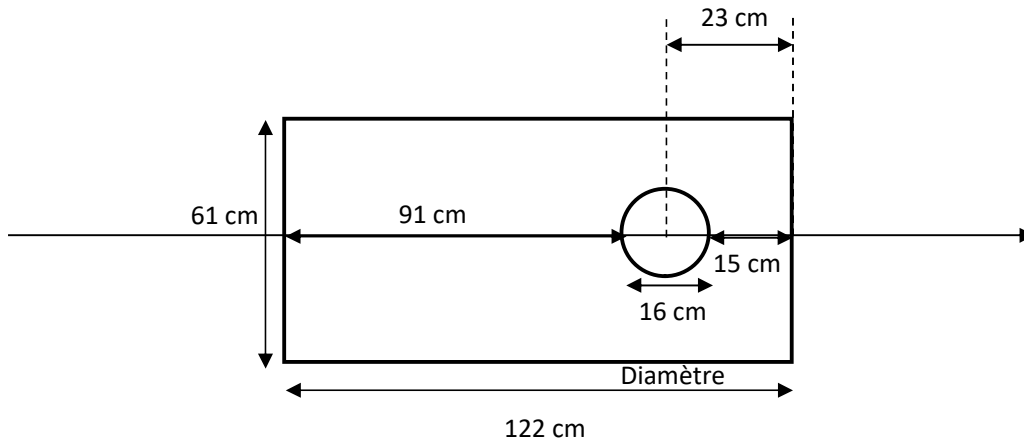


Figure 4. Dimensions de la planche de Cornhole

x

2.1. Déterminer les expressions littérales des coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération \vec{a} du centre de masse du sac suivant les axes Ox et Oz.

2.2. En déduire les expressions littérales des équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ de la position du centre de masse du sac au cours du mouvement.

2.3. Montrer que l'équation littérale de la trajectoire du centre de masse du sac dans le repère d'espace (Ox, Oz) est :

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha) + H.$$

Qualifier cette trajectoire.

2.4. Indiquer les paramètres initiaux de lancement sur lesquels le joueur peut avoir une influence et qui jouent un rôle pour la réussite d'un lancer à trois points.

Le joueur effectue un premier lancer. L'équation de la trajectoire du centre de masse du sac a pour expression numérique :

$$z(x) = -0,0842 x^2 + 0,625 x + 0,880 \quad \text{avec } x \text{ et } z \text{ en m}$$

La distance d qui sépare l'origine O du repère d'espace et le bord de la planche est égale à $d = 8,0$ m.

2.5. Déterminer le nombre de point(s) marqué(s) par le joueur pour ce lancer.

2.6. Le joueur effectue un second lancer en conservant le même angle de tir α , la même hauteur initiale H mais en modifiant la valeur de la vitesse initiale par rapport au premier lancer.

Déterminer une valeur possible de la nouvelle vitesse initiale v_0 , afin que le sac tombe directement dans le trou. Commenter la valeur obtenue.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

EXERCICE III. LA MÉCANIQUE AU SERVICE DE LA PÉTANQUE (5 points)

La pétanque est un jeu de boules dérivé du jeu provençal aussi appelé "la longue".

Le but du jeu consiste tout simplement à lancer la boule le plus près possible du "but" matérialisé par le bouchon. Le terrain de jeu est horizontal.

Au début d'une partie de pétanque, un joueur trace un cercle sur le sol, il se place dans ce cercle et lance le bouchon à une distance entre 6 et 10 mètres de ce cercle.

Les joueurs de pétanque ont le choix entre *pointer* c'est-à-dire tenter de placer leur boule plus près du but que l'adversaire ou *tirer* c'est-à-dire déplacer la boule adverse pour l'éloigner du "but" et remporter le point.

Le pointeur joue avec des boules de petit diamètre (71 à 74 mm) pour offrir moins de surface au tireur, assez lourdes pour un meilleur contrôle (710 à 740 g). Le tireur joue avec des boules de gros diamètre (74 à 78 mm), légères afin de limiter la fatigue (670 à 700 g).

D'après <http://www.la boule bleue.fr>

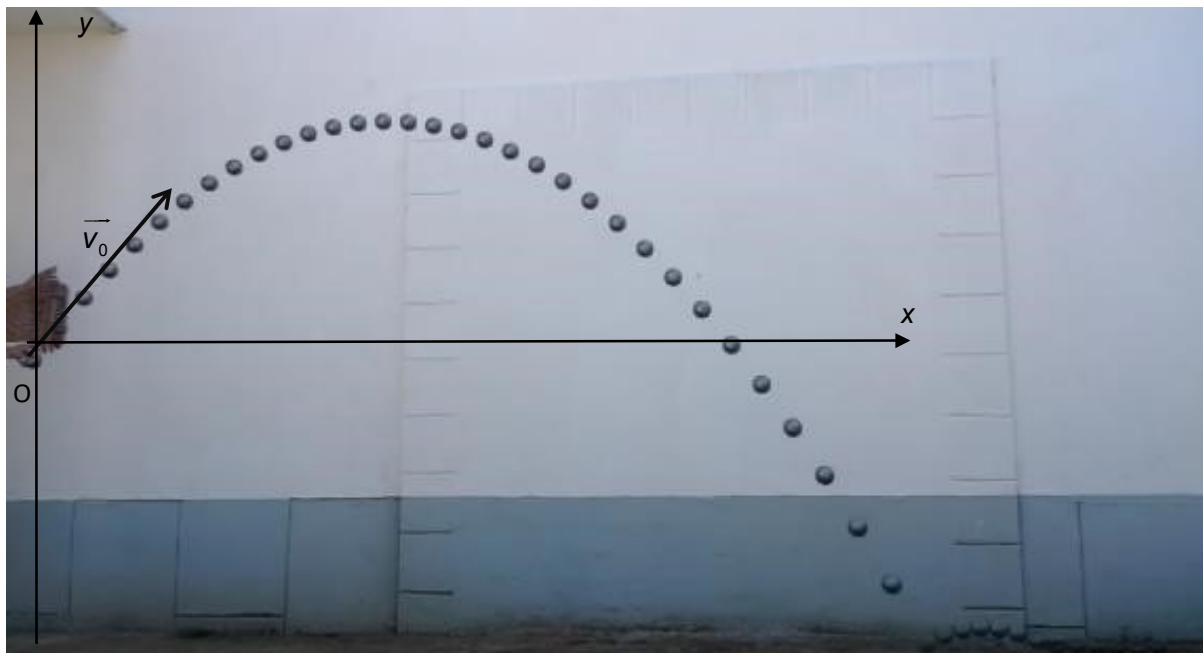
Cet exercice aborde l'étude d'un lancer d'une boule par un pointeur, puis par un tireur. Dans tout l'exercice, les frottements seront négligés.

Le pointeur lance sa boule de masse $m = 710 \text{ g}$ avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α par rapport à l'horizontale. L'origine O est prise au point où le pointeur lâche la boule. Le modèle de la chute libre conduit aux équations horaires du mouvement du centre G de la boule dans le repère (O, x, y) :

$$\begin{cases} x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$$

Donnée : intensité du champ de pesanteur sur Terre : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

1. On réalise la chronophotographie du mouvement de la boule lancée par le pointeur. Cette chronophotographie est représentée ci-dessous ; l'intervalle de temps entre deux prises de vue est de 33,3 ms.



Quelques coordonnées du centre de la boule de pétanque

Date t (s)	x (m)	y (m)
0,000	0,000	0,000
0,033	0,117	0,117
0,067	0,243	0,243
0,100	0,346	0,360

1.1. Déterminer, à partir de la chronophotographie, la valeur de l'angle α entre l'horizontale et le vecteur vitesse à l'origine des dates en précisant la méthode choisie.

1.2. En exploitant le modèle de la chute libre et en utilisant les résultats expérimentaux, déterminer la valeur de la vitesse initiale V_0 .

2. Le pointeur lance la boule en direction du bouchon et la lâche au point O origine du repère choisi. Le point O est situé à une hauteur de 1,2 m du sol.

2.1. Montrer que la boule suit une trajectoire parabolique d'équation :

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{(V_0 \cdot \cos(\alpha))^2} + \tan(\alpha).x$$

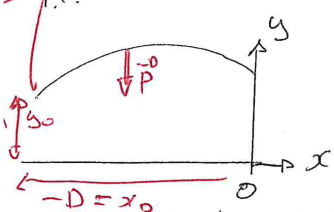
2.2. Pour un angle α de 51° et une vitesse initiale de valeur égale à $5,5 \text{ m.s}^{-1}$, la boule touche le sol, puis roule vers le bouchon.

Calculer l'abscisse du point d'impact de la boule avec le sol.

EXERCICE I Bac septembre 2021 Métropole EXERCICE 1 Cesta Punta (10 points)

10 pts

1.1. Chute libre: l'objet n'est soumis qu'à son propre poids.
 Info: "on néglige l'influence de l'air", il n'y a donc pas de force de frottement.



Dans le référentiel Terre Galiléen: $m \cdot \vec{a} = \vec{P}$

$$\begin{cases} \text{sur Ox: } m \cdot a_x = 0 \\ \text{sur Oy: } m a_y = -P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

l'accélération est la dérivée de la vitesse

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -g t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

la vitesse est la dérivée de la position

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t - D \\ y = -g \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + h \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = -D \\ y_0 = h \end{cases}$$

Au point d'impact: $x = 0 \Leftrightarrow 0 = v_0 \cos \alpha t_i - D \Leftrightarrow t_i = \frac{D}{v_0 \cos \alpha} = \frac{36}{36,2 \cdot \cos 12}$

1

$$y_i = -g \frac{D^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{v_0 \sin \alpha D}{v_0 \cos \alpha} + h$$

$$t_i = 1,011$$

1

$$y_i = \frac{-9,81 \cdot 36^2}{2 \cdot 36,2^2 \cdot \cos^2 12} + \frac{\sin 12 \cdot 36}{\cos 12} + 2,0 = 4,7 \text{ m}$$

2.1. $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

1

$E_{pp} = m g z$

$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$

1

2.2. $E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,126 \cdot (36,2)^2 = 82,6 \text{ J}$

1

2.3. la vitesse diminue au début du mouvement: $v_{xc} = \text{constante}$
 $v_{yc} = -gt + v_0 \sin \alpha$ décroît

donc E_c diminue.

1

l'altitude augmente au début du mouvement.
 donc E_{pp} augmente

$$\begin{cases} \text{courbe 1: } E_m \\ \text{courbe 2: } E_c \\ \text{courbe 3: } E_{pp} \end{cases}$$

2.4. L'énergie mécanique se conserve

1

$E_m(0) = E_m(t)$

$g_0 = 0$

$$\frac{E_{pp}(H)}{m \cdot g} = 6 \text{ J} = m \cdot g \cdot H$$

$$H = \frac{E_{pp}(H)}{m \cdot g} = \frac{6}{0,126 \cdot 9,81} = 4,9 \text{ m}$$

2. identiques

EXERCICE II Bac Mars 2021 Métropole EXERCICE 1 commun à tous les candidats (10 points)

CORRECTION LE JEU DU CORNHOLE

12	#Calcul des énergies
13	$m=0.440$
14	$g=9.81$
15	$? = (v_x^{**2} + v_z^{**2})^{**}(1/2)$
16	$? = 0.5*m*v^{**2}$
17	$? = m*g*z$
18	$? = 0.5*m*v^{**2} + m*g*z$
19	

1.1(1 pt) Ligne 15 $? = (v_x^{**2} + v_z^{**2})^{**}(1/2)$ Calcul de la vitesse $v = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}$

Ligne 16 $? = 0.5*m*v^{**2}$ Calcul de l'énergie cinétique $\frac{1}{2}.m.v^2$

Ligne 17 $? = m*g*z$ Calcul de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = m.g.z$

Ligne 18 $? = 0.5*m*v^{**2} + m*g*z$ Calcul de l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$

1.2.1 (1 pt) L'étude porte sur la partie ascendante du mouvement ainsi l'altitude z augmente donc E_{pp} augmente et correspond à la série 3.

La vitesse diminue, donc l'énergie cinétique aussi et correspond à la série 2.

Enfin l'énergie mécanique correspond à la somme $E_c + E_{pp}$ représentée par la série 1.

1.2.2 (0,5 pt) L'énergie mécanique diminue au cours du temps, ce qui montre que les frottements de l'air ne sont pas négligeables face à la force poids du sac.

1.2.3 On lit sur la figure 3, la valeur de l'énergie cinétique initiale $E_{c0} = \frac{1}{2}.m.V_0^2 = 17,8 \text{ J}$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2E_{c0}}{m}} \quad V_0 = \sqrt{\frac{2 \times 17,8}{0,440}} = 9,0 \text{ m.s}^{-1}$$

1.2.4 On lit sur la figure 3, la valeur de l'énergie potentielle initiale $E_{pp0} = m.g.H = 3,8 \text{ J}$

$$H = \frac{E_{pp0}}{m.g} \quad H = \frac{3,8}{0,440 \times 9,81} = 0,88 \text{ m}$$

3. Étude du mouvement du sac après le lancer

3.1.(1 pt) On applique la deuxième loi de Newton $\Sigma \vec{F}_{Ext} = m.\vec{a}$ au système {sac} dans le référentiel sol supposé galiléen.

Le système n'est soumis qu'à la force poids.

$$\vec{P} = m.\vec{a}. \quad m.\vec{g} = m.\vec{a} \quad \vec{a} = \vec{g}$$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur \vec{g} indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}$$

3.2. (2 pts)

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Finalement : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z(t) = -g.t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

En primitivant on obtient $\overline{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + Cte_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le projectile est au point de coordonnées $(x(0) = 0; z(0) = H)$ donc :

Finalement, on obtient les équations horaires $\overline{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + H \end{cases}$

3.3.

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan(\alpha) + H.$$

$$(0,75 \text{ pt}) t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} + H$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + H \quad \text{Cette trajectoire est une parabole.}$$

3.4. (0,5 pt) Le joueur peut modifier la vitesse initiale v_0 , l'angle α et l'altitude de départ H .

Le joueur effectue un premier lancer. L'équation de la trajectoire du centre de masse du sac a pour expression numérique : $z(x) = -0,0842 x^2 + 0,625 x + 0,880$ avec x et z en m

La distance d qui sépare l'origine O du repère d'espace et le bord de la planche est égale à $d = 8,0$ m.

3.5. (1pt) Déterminons l'abscisse x à laquelle le sac touche le sol $z = 0$ m.

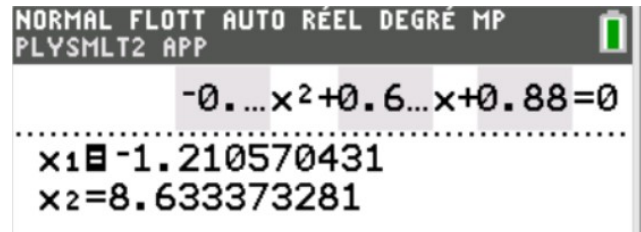
$$0 = -0,0842 x^2 + 0,625 x + 0,880$$

$$\Delta = 0,625^2 + 4 \times 0,0842 \times 0,880 = 0,687009$$

$$x_1 = \frac{-0,625 + \sqrt{0,687009}}{-2 \times 0,0842} = -1,21 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{-0,625 - \sqrt{0,687009}}{-2 \times 0,0842} = 8,6 \text{ m}$$

On peut aussi utiliser la calculatrice pour résoudre cette équation. Voir ce tutoriel <http://acver.fr/ti2nddeg>



On ne retient que la solution positive

$$x_2 = 8,6 \text{ m}$$

Pour tomber dans le trou, il faudrait que

$$8,0 + 0,91 < x < 8,0 + 0,91 + 0,16 \text{ m}$$

$$8,91 < x < 9,07 \text{ m}$$

Le sac arrive sur la planche car $x > 8,0$ m, mais ne tombe pas dans le trou.

Le joueur marque 1 point.

3.6. (1 pt) On reprend l'équation de la trajectoire $z(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + H$,

On cherche v_0 avec $x = 9,0$ m et $z = 0$. Il faut déterminer α et H .

On avait $z(x) = -0,0842 x^2 + 0,625 x + 0,880$, donc par analogie $\tan \alpha = 0,625$ et $H = 0,88$ m.

$$\alpha = \arctan(0,625) \quad \alpha = 32,0^\circ$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{9,0^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 32} + \tan 32 \times 9,0 + 0,880$$

$$0 = -\frac{552}{v_0^2} + 5,625 + 0,880$$

$$0 = -\frac{552}{v_0^2} + 6,505$$

$$\frac{552}{v_0^2} = 6,505$$

$$\frac{552}{6,505} = v_0^2$$

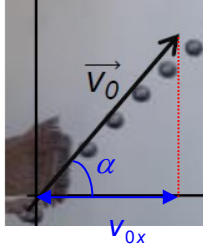
$$v_0 = \sqrt{\frac{552}{6,505}} = 9,21 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_0 = 9,21 \times 3,6 = 33,2 \text{ km.h}^{-1}$$

Cette valeur est élevée et on comprend la difficulté de ce sport car il faut allier force (pour atteindre une vitesse initiale suffisante) et précision (pour maîtriser le geste et adapter α et H).

Partie A - Le pointeur

1.1. En travaillant sur la représentation de \vec{v}_0 sur la chronophotographie, on peut mesurer que $v_0 \Leftrightarrow 3,0$ cm et que $v_{0x} \Leftrightarrow 2,0$ cm (dépend de l'imprimante).



$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \text{ donc } \alpha = \arccos\left(\frac{v_{0x}}{v_0}\right) \text{ (Attention au réglage de la calculatrice en } ^\circ \text{)}$$

$$= \arccos\left(\frac{2,0}{3,0}\right) = 48^\circ \text{ (cohérent à l'œil nu)}$$

1.2. Utilisons la relation $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ pour le 4^{ème} point de coordonnées $t = 0,100$ s et $x = 0,346$ m :

$$v_0 = \frac{x}{\cos(\alpha) \cdot t}$$

$$v_0 = \frac{0,346}{\cos(48) \times 0,100} = 5,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Pour être plus rigoureux, on peut aussi tracer la représentation graphique de x en fonction du temps.

Il s'agit d'une fonction linéaire. On trace la droite moyenne passant au plus près de tous les points et par l'origine.

Puis on détermine le coefficient directeur de cette droite. Il est égal à $v_0 \cdot \cos(\alpha)$. Ainsi on accède à v_0 .

2.1. Utilisons les équations horaires données : (à savoir redémontrer) :

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t & (1) \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t & (2) \end{cases}$$

D'après la relation (1), on a $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$, que l'on introduit dans l'expression (2).

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

On retrouve l'expression proposée : $y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} + x \cdot \tan(\alpha)$

2.2. La boule touche le sol pour $y_s = -1,2$ m (car O est à 1,2 m au-dessus du sol).

Il faut résoudre le polynôme du second degré en x suivant :

$$y_s = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} + x \cdot \tan(\alpha) \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} + x \cdot \tan(\alpha) - y_s = 0$$

$$\text{Soit } \mathbf{a.x^2 + b.x + c = 0} \text{ avec } \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{a} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} = -\frac{1}{2} \times \frac{9,81}{(5,5 \times \cos 51^\circ)^2} = -0,409 \\ \mathbf{b} = \tan(\alpha) = \tan 51^\circ = 1,23 \\ \mathbf{c} = -y_s = +1,2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4a.c = 1,23^2 - 4 \times (-0,409) \times 1,2 = 3,47$$

$$\text{Racines du polynôme : } \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,23 + \sqrt{3,47}}{2 \times (-0,409)} = -0,77 \text{ m} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,23 - \sqrt{3,47}}{2 \times (-0,409)} = +3,78 \text{ m} \end{cases}$$

On garde la racine positive cohérente avec la situation physique donc $x_s = 3,78 \text{ m}$.

(cohérent car la boule tombe à 3,78 m puis roule jusqu'au bouchon situé entre 6 et 10 m du pointeur).