

Partie 2 – Sciences physiques

Les trois exercices proposés sont indépendants ; le candidat doit en traiter seulement deux. Chacun des exercices est noté sur 10.

Le candidat indiquera au début de sa copie les numéros des 2 exercices choisis. Les mots clés présents en en-tête de chaque exercice, peuvent l'aider à effectuer son choix.

Les numéros des exercices traités doivent apparaître clairement sur la copie.

EXERCICE I - VOL DROIT ÉQUILIBRÉ D'UN PARAPENTISTE

Mots clés : description d'un mouvement, mouvement dans un champ uniforme.

On étudie le vol d'un parapente et de son pilote assimilé à un point matériel G (figure 1.) situé au centre de masse du système {pilote + parapente}. Un vol droit équilibré est un vol au cours duquel la trajectoire est rectiligne et **sans variation de vitesse**. L'air environnant est supposé immobile.

Étude cinématique

On observe un parapente en vol droit équilibré (figure 1). On se demande s'il s'agit d'une voile d'école ou de compétition.

Le mouvement du système est contenu dans un plan vertical muni du repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

Depuis le sol, on filme le mouvement. Puis on pointe les positions successives de G.

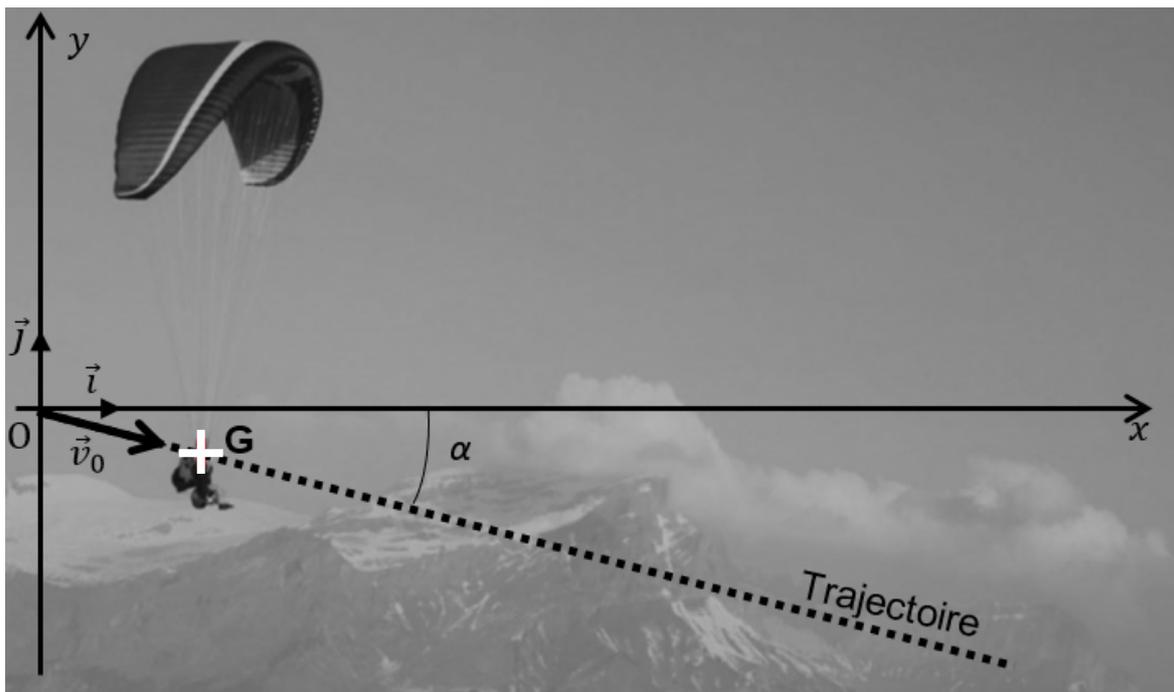


Figure 1. Pointage des positions du centre de masse G du système {pilote + parapente} au cours d'un vol droit équilibré.

Les coordonnées cartésiennes de $G(x,y)$, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , obtenues après modélisation s'expriment en fonction du temps :

$$\begin{cases} x(t) = 11,0 \times t \\ y(t) = -1,1 \times t \end{cases}$$

Dans ces relations, $x(t)$ et $y(t)$ sont exprimés en mètres et t en secondes

1. Déterminer les composantes du vecteur vitesse du système puis la valeur de la vitesse du système en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ du parapentiste.
2. Vérifier, à partir des résultats de la question précédente, la nature rectiligne uniforme du mouvement. En déduire son vecteur accélération.
3. Calculer l'angle de plané α (figure 1).

Étude dynamique

Au cours du mouvement d'un corps dans un fluide, il apparaît deux forces de contact qu'exerce le fluide sur le corps :

- la traînée \vec{T} , de direction identique au vecteur vitesse mais dont le sens est opposé au sens du vecteur vitesse,
- la portance \vec{F}_p , dont la direction est perpendiculaire à celle du vecteur vitesse et dans le plan (xOy) .

Les forces qui s'appliquent sur le système {pilote + parapente} sont le poids \vec{P} , la traînée \vec{T} et la portance \vec{F}_p . La masse de l'ensemble du système est $m = 87,7 \text{ kg}$. Le parapentiste effectue un vol droit équilibré avec une vitesse par rapport au sol de $v = (11 \pm 1) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ faisant un angle $\alpha = 5,7^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Données :

- intensité du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- expression de l'intensité de la traînée T : $T = \frac{1}{2} \rho \times v^2 \times S \times C_x$
avec ρ : masse volumique de l'air à l'altitude de vol $\rho = 1,14 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
 v : vitesse du corps en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
 S : surface de référence en m^2 : la voile du parapente étudié a une surface de référence de $S = 22,6 \text{ m}^2$
 C_x : le coefficient de traînée, sans unité, reflète l'aérodynamisme dépendant de la forme. Il dépend de la forme du corps en mouvement dans le fluide.

Forme		Coefficient de traînée
Corps profilé		0.04
Semi-corps profilé		0.09

← Sens du mouvement

Mesures des coefficients de traînée

Figure 2. Valeurs de C_x en fonction de la forme de l'objet.

- l'accord entre le résultat d'une mesure m_{mes} auquel est associé une incertitude-type $u(m)$, et une valeur dite de référence $m_{\text{réf}}$ peut être évalué en calculant le quotient :

$$\frac{|m_{\text{mes}} - m_{\text{réf}}|}{u(m)}$$

C'est un nombre positif exprimé avec un seul chiffre significatif.

Dans cette étude, le résultat de la mesure sera considéré en accord avec la valeur de référence si ce quotient est inférieur ou égal à 3.

On considère, en première approximation, que l'incertitude-type sur le coefficient de traînée est donné par :

$$u(C_x) = 2 \times C_x \times \left(\frac{u(v)}{v} \right)$$

4. À l'aide de la deuxième loi de Newton, obtenir une relation entre T , m , g et α . On pourra utiliser la direction de la trajectoire comme axe de projection.
5. En déduire le coefficient C_x en fonction de m , g , α , ρ , v et S . Présenter le résultat accompagné de son incertitude-type associée.
6. Déterminer la forme de la voile et vérifier que le résultat de la mesure est en accord avec la valeur de référence.
Le candidat est invité à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

EXERCICE 1 - VOL D'UNE MONTGOLFIÈRE (10 points)

Une montgolfière est un moyen de transport aérien constitué d'une nacelle pouvant contenir des passagers. Au-dessus de la nacelle, se trouvent :

- une enveloppe en nylon appelée le ballon dont on considère le volume constant ;
- un brûleur permettant de réaliser la combustion de propane dans le dioxygène de l'air ; ce propane est stocké dans des bonbonnes transportées dans la nacelle.

De nombreuses sorties sont proposées, d'une durée moyenne d'une heure. Une voiture est contrainte de suivre au sol la montgolfière pour récupérer les passagers et le matériel lors de l'atterrissage. En effet, le lieu d'atterrissage ne peut pas être connu de façon sûre au moment du départ : il est dépendant des conditions météorologiques.

Les objectifs de cet exercice sont :

- de déterminer la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière ;
- de trouver l'autonomie de vol maximale possible avec la montgolfière.



Source : pixabay.com

On étudie dans cet exercice une enveloppe en nylon de modèle « M-77 » de 0,1 mm d'épaisseur, de volume $V = 2\,200\text{ m}^3$, à laquelle on accroche une nacelle de modèle « C-1 », de masse $m_{\text{nacelle}} = 56\text{ kg}$. La nacelle est capable d'embarquer jusqu'à trois personnes ainsi que quatre bonbonnes pesant chacune 40 kg et contenant 20 kg de propane chacune.

D'après le site Internet <https://escholarship.org/>

Données :

- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- surface de l'enveloppe du ballon : $S = 847\text{ m}^2$;
- masse par unité de surface de l'enveloppe en nylon : $\varphi_{\text{nylon}} = 65\text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$;
- constante du gaz parfait : $R = 8,314\text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- masse molaire de l'air : $M_{\text{air}} = 29,0\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

1. Détermination de la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière

Au cours d'un vol, la montgolfière se trouve à une altitude de 1,5 km. On considère que la pression p à l'intérieur du ballon est égale à la pression à l'extérieur du ballon. La figure 1 présente l'évolution de la pression de l'air en fonction de l'altitude. L'air est considéré comme un gaz parfait.

Le brûleur n'est pas actionné au moment où on étudie le système.

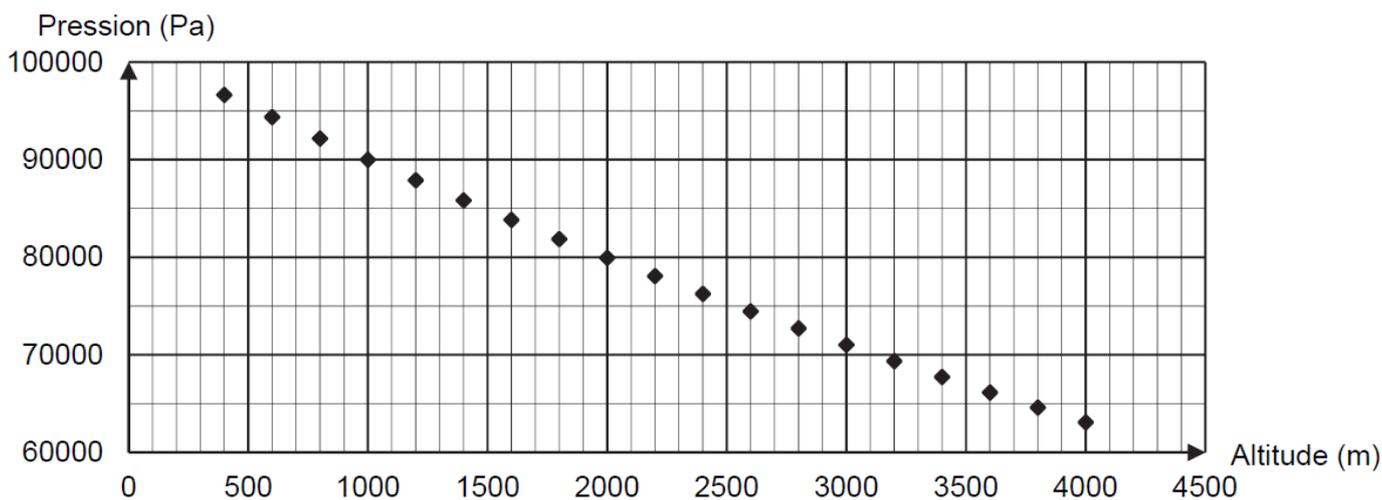


Figure 1. Pression de l'air en fonction de l'altitude

1.1. Étude du système « ballon ».

1.1.1. À l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, exprimer la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} en fonction de la pression p , M_{air} , R et T , la température de l'air contenu dans le ballon.

1.1.2. Montrer que la valeur de la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} lorsque le ballon est à une altitude de 1,5 km est de l'ordre de $0,8 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. On suppose que la température de l'air à l'intérieur du ballon à l'instant où on étudie le système est à 373 K.

1.2. Étude du système « montgolfière ».

On suit le déplacement du centre de masse G de la montgolfière. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère d'espace (O, \vec{i}, \vec{k}) présenté sur la figure 2. L'origine au point O est au niveau du sol, au point de décollage de la montgolfière.



Figure 2. Système d'axes et vecteurs unitaires associés au référentiel terrestre

On considère qu'il s'exerce seulement deux forces sur le système {montgolfière} composé de la nacelle, de son chargement et du ballon :

- le poids \vec{P}

- la poussée d'Archimède qui modélise l'action de l'air sur le ballon : $\vec{P}_A = \rho_{\text{ext}} \times V \times g \times \vec{k}$ où ρ_{ext} représente la masse volumique de l'air extérieur et V représente le volume total de la montgolfière, dont on considère qu'il est égal au volume du ballon.

On considère que la masse d'air présente dans le ballon est constante et que la montgolfière, de masse totale m , reste immobile. À la température locale et à l'altitude du vol de 1,5 km, la masse volumique de l'air extérieur au ballon vaut $1,06 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ tandis que la masse volumique de l'air à l'intérieur du ballon vaut $0,80 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

1.2.1. Représenter les deux forces s'exerçant sur la montgolfière dans le cas où elle est immobile dans le référentiel terrestre, sans souci d'échelle en utilisant le système d'axes de la figure 2. Justifier.

1.2.2. Donner l'expression vectorielle du poids \vec{P} de la montgolfière.

1.2.3. Établir l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède \vec{P}_A en fonction de g , m et \vec{k} .

1.2.4. En déduire la masse totale embarquée dans la nacelle à cette altitude. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

2. Détermination de l'autonomie maximale de vol de la montgolfière

En réalité, la montgolfière ne reste pas à une altitude constante. Son altitude varie autour d'une altitude moyenne, au gré de l'actionnement du brûleur par le pilote. L'utilisation du brûleur est nécessaire pour maintenir une altitude moyenne constante.

On considère que la montgolfière est en vol, stabilisée à une altitude moyenne de 1,5 km. La température extérieure est $T_{\text{ext}} = 278 \text{ K}$ au cours d'un vol.

On cherche à établir le bilan énergétique entre le système {air à l'intérieur de l'enveloppe + enveloppe} et le milieu extérieur.

2.1. Nommer les trois modes de transferts thermiques. Caractériser qualitativement ces trois modes.

La figure 3 présente les transferts thermiques qui ont lieu entre le système {ballon} et le milieu extérieur. On rappelle que le ballon représente l'enveloppe en nylon et l'air contenu à l'intérieur. En régime stationnaire, la montgolfière est en équilibre thermique.

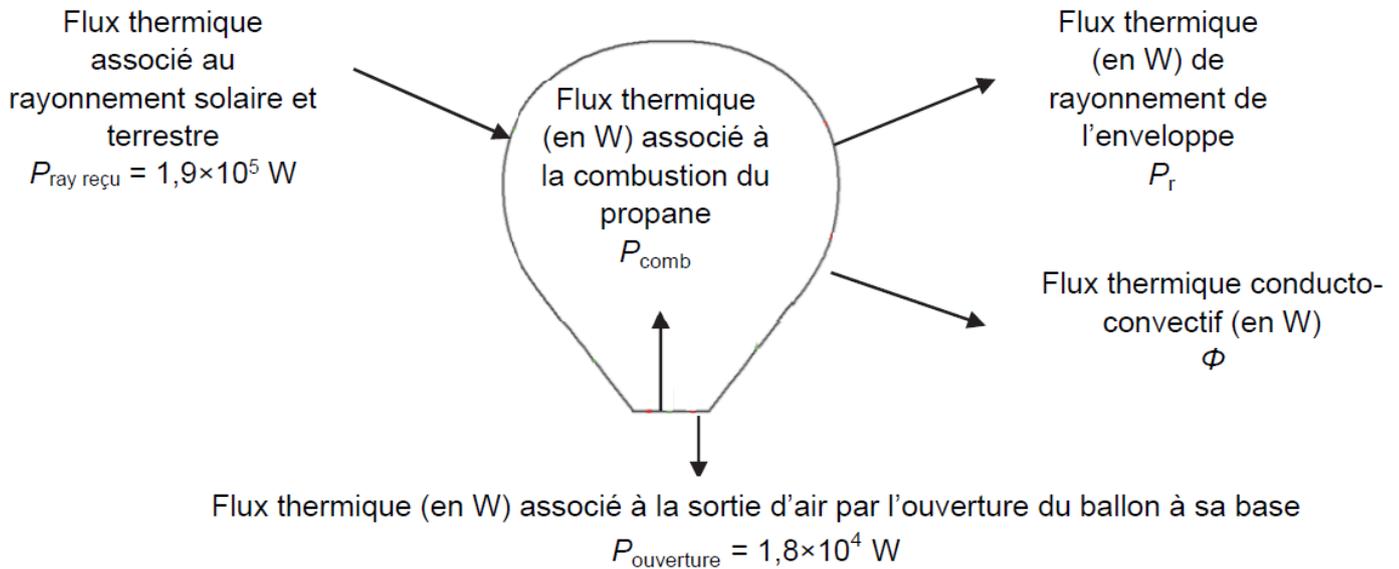


Figure 3. Bilan de puissance du système

2.2. À l'aide de la figure 3, établir une relation littérale entre les flux thermiques impliqués pour le système lorsque la montgolfière est à l'équilibre thermique.

Une partie du transfert thermique a lieu sous forme de rayonnement de l'enveloppe vers le milieu extérieur.

Le calcul du flux thermique rayonné se fait grâce à la relation de Stefan-Boltzmann : $P_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4$ avec :

- P_r le flux thermique rayonné ;
- ε le coefficient d'émissivité constant sans unité, pour l'enveloppe du ballon : $\varepsilon = 0,87$;
- σ la constante de Stefan : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$;
- S la surface de l'enveloppe ;
- T la température de surface de l'enveloppe en K.

De plus, les mouvements de l'air extérieur le long de l'enveloppe sont à l'origine d'un flux thermique transféré vers l'extérieur par un phénomène de conducto-convection que l'on peut calculer grâce à la

relation suivante : $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}}$.

- Φ représente le flux thermique perdu par le système par conducto-convection en W ;
- ΔT représente la différence de température entre l'enveloppe et le milieu extérieur en K ;
- R_{th} représente la résistance thermique associée au flux thermique entre l'enveloppe et le milieu extérieur : $R_{\text{th}} = 3,5 \times 10^{-4} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$

D'après l'étude, dans ces conditions, la température de l'enveloppe vaut $T = 325 \text{ K}$, température intermédiaire entre celle de l'air à l'intérieur du ballon et celle de l'air à l'extérieur du ballon.

2.3. Calculer le flux thermique par rayonnement P_r émis par l'enveloppe vers le milieu extérieur.

2.4. Calculer le flux conducto-convectif Φ .

2.5. En déduire que la valeur du flux thermique P_{comb} associé à la combustion du propane en régime de croisière est de l'ordre de $4 \times 10^5 \text{ W}$.

Le flux thermique associé à la combustion du propane n'est pas libéré de façon continue. En effet, la combustion du propane n'a lieu que lorsque le brûleur fonctionne. L'énergie de combustion massique du propane est : $E_{\text{comb}} = 46,4 \text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Le pilote actionne le brûleur pendant une durée τ selon le fonctionnement décrit sur la figure 4. Lorsque le brûleur est en fonctionnement, 68 grammes de propane sont brûlés chaque seconde.

2.6. Montrer que le flux thermique associé à la combustion du propane lorsque le brûleur est en fonctionnement est de l'ordre de $3 \times 10^6 \text{ W}$.

Débit du brûleur en $\text{g}\cdot\text{s}^{-1}$

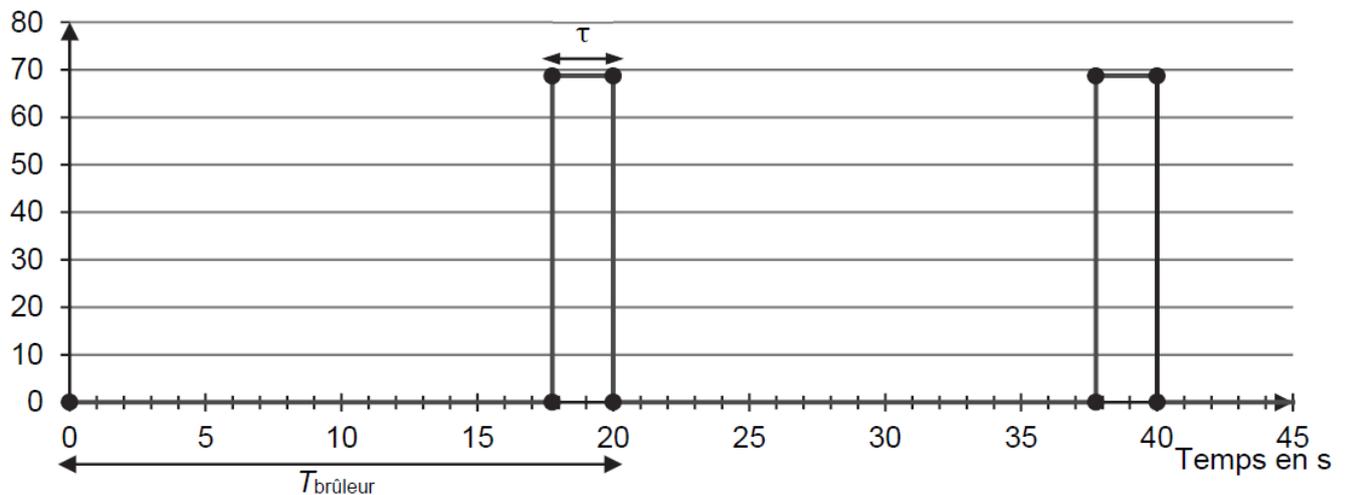


Figure 4. Débit de sortie du propane du brûleur en fonction du temps

2.7. Dans les conditions de l'étude, déterminer la durée maximale de vol qu'il est possible de réaliser à l'aide du propane embarqué dans la montgolfière. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

EXERCICE I - VOL DROIT ÉQUILIBRE D'UN PARAPENTISTE (10 points)
Mots-clés : description d'un mouvement, mouvement dans un champ uniforme

Étude cinématique

$$\begin{cases} x(t) = 11,0.t \\ y(t) = -1,1.t \end{cases}$$

1. Déterminer les composantes du vecteur vitesse du système puis la valeur de la vitesse du système en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ du parapentiste.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \text{ donc } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = 11,0 \\ v_y(t) = -1,1 \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{11,0^2 + (-1,1)^2} = 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2. Vérifier, à partir des résultats de la question précédente, la nature rectiligne uniforme du mouvement. En déduire son vecteur accélération.

Les composantes de \vec{v} sont indépendantes du temps donc $\vec{v} = \vec{Cte}$ alors le mouvement est rectiligne et uniforme.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}.$$

3. Calculer l'angle de plané α (figure 1).

$$\tan \alpha = \frac{|v_y(t=0)|}{v_x(t=0)}$$

$$\alpha = \arctan \frac{1,1}{11,0} = 5,7^\circ$$

Étude dynamique

4. À l'aide de la deuxième loi de Newton, obtenir une relation entre T , m , g et α . On pourra utiliser la direction de la trajectoire comme axe de projection.

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_p = m \cdot \vec{a}$$

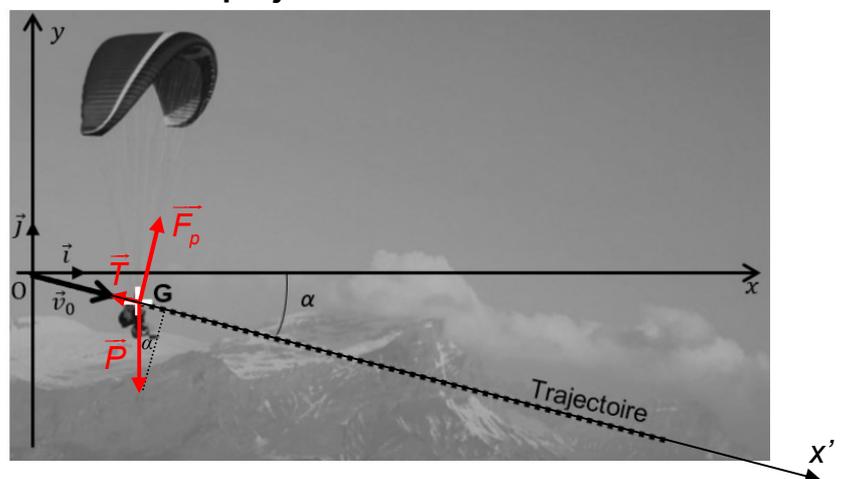
Par projection suivant l'axe Ox'

$$P_{x'} + T_{x'} + F_{px'} = m \cdot a_{x'}$$

$$\sin \alpha = \frac{P_{x'}}{P}$$

$$P \cdot \sin \alpha - T + 0 = 0$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = T$$

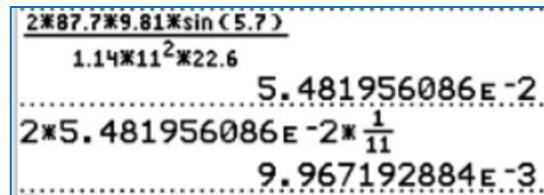


5. En déduire le coefficient C_x en fonction de m , g , α , ρ , v et S . Présenter le résultat accompagné de son incertitude-type associée.

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$C_x = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\rho \cdot v^2 \cdot S} \quad \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2}$$

$$C_x = \frac{2 \times 87,7 \times 9,81 \times \sin 5,7^\circ}{1,14 \times 11^2 \times 22,6} = 5,5 \times 10^{-2}$$



Handwritten calculation for C_x using a calculator:

$$\frac{2 * 87.7 * 9.81 * \sin(5.7)}{1.14 * 11^2 * 22.6} = 5.481956086 \text{E-}2$$

$$2 * 5.481956086 \text{E-}2 * \frac{1}{11} = 9.967192884 \text{E-}3$$

$$u(C_x) = 2 \cdot C_x \cdot \left(\frac{u(v)}{v} \right)$$

$$u(C_x) = 2 \times 5,5 \times 10^{-2} \times \left(\frac{1}{11} \right) = 9,967 \times 10^{-3}$$

on garde un seul chiffre significatif et on arrondit par

excès, ainsi $u(C_x) = 1 \times 10^{-2}$.

L'incertitude porte sur les centièmes, donc on arrondit C_x au centième.

$$C_x = 0,05 \pm 0,01$$

6. Déterminer la forme de la voile et vérifier que le résultat de la mesure est en accord avec la valeur de référence.

La valeur du C_x $0,05 \pm 0,01$ obtenue est très proche de celle d'un corps profilé de 0,04.

La voile est donc profilée.

$$z = \frac{|m_{\text{mes}} - m_{\text{réf}}|}{u(m)}$$

$$z = \frac{|0,05 - 0,04|}{0,01} = 1 < 2$$

La mesure est en accord avec la valeur de référence.

Bac Métropole 09/2021 Correction © <https://labolycee.org>

EXERCICE 1 - VOL D'UNE MONTGOLFIÈRE (10 points)

1.1. Étude du système « ballon ».

1.1.1. À l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, exprimer la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} en fonction de la pression p , M_{air} , R et T , la température de l'air contenu dans le ballon.

Équation d'état du gaz parfait : $p \times V = n_{\text{air}} \times R \times T$

$$\text{Or } n_{\text{air}} = \frac{m_{\text{air}}}{M_{\text{air}}} = \frac{\rho_{\text{int}} \times V}{M_{\text{air}}} \quad \text{donc : } p \times V = \frac{\rho_{\text{int}} \times V}{M_{\text{air}}} \times R \times T$$

$$\text{En simplifiant par le volume } V : p = \frac{\rho_{\text{int}}}{M_{\text{air}}} \times R \times T$$

$$\text{Finalement : } \rho_{\text{int}} = \frac{p \times M_{\text{air}}}{R \times T}$$

1.1.2.

À 1,5 km d'altitude, la figure 1 donne $p = 85\,000$ Pa.

En convertissant M_{air} en $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$: $M_{\text{air}} = 29,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 29,0 \times 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\rho_{\text{int}} = \frac{85\,000 \times 29,0 \times 10^{-3}}{8,314 \times 373} = 0,795 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Valeur de l'ordre de $0,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.



Handwritten calculation for ρ_{int} using a calculator:

$$\frac{85000 * 29.0 \text{E-}3}{8.314 * 373} = 0.7948735974$$

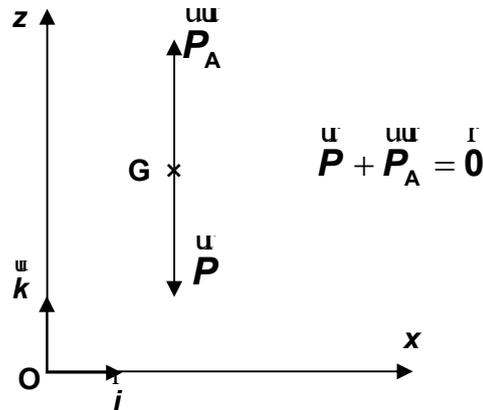
1.2. Étude du système « montgolfière ».

1.2.1. Le système {montgolfière} est immobile. Il est soumis à deux forces :

- le poids \vec{P} , force verticale orientée vers le bas ;
- la poussée d'Archimède \vec{P}_A , force verticale orientée vers le haut.

D'après le principe d'inertie, ces deux forces se compensent : $\vec{P} + \vec{P}_A = \vec{0}$

On représente ces deux forces sur le centre de masse G du système :



1.2.2. Donner l'expression vectorielle du poids \vec{P} de la montgolfière.

Dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: $\vec{P} = -P \cdot \vec{k} = -m \cdot g \cdot \vec{k}$

1.2.3. Établir l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède \vec{P}_A en fonction de g , m et \vec{k} .

Les deux forces se compensent donc : $\vec{P}_A = -\vec{P} = m \cdot g \cdot \vec{k}$

1.2.4. En déduire la masse totale embarquée dans la nacelle à cette altitude. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Les deux forces se compensent donc : $P = P_A$

Soit : $m \cdot g = \rho_{\text{ext}} \cdot V \cdot g$

Donc : $m = \rho_{\text{ext}} \cdot V$

$m = 1,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 2\,200 \text{ m}^3 = 2,33 \times 10^3 \text{ kg}$.

Cette masse comprend :

- la masse de la nacelle 56 kg ;
 - la masse de l'enveloppe de la montgolfière : $\rho_{\text{nylon}} \times S = 65 \times 10^{-3} \times 847 = 55 \text{ kg}$;
 - la masse de l'air contenu dans le ballon : $\rho_{\text{int}} \times V = 0,80 \times 2200 = 1760 \text{ g}$;
 - la masse des quatre bouteilles de gaz pesant chacune 40 kg : $4 \times 40 = 160 \text{ kg}$;
 - la masse des 3 personnes (masse d'une personne estimée à 70 kg) : 210 kg.
- $(56 + 55 + 1760 + 160 + 210) \text{ kg} = 2241 \text{ kg} \approx 2,24 \times 10^3 \text{ kg}$ masse voisine de $2,33 \times 10^3 \text{ kg}$.