Tle

CH12 Mouvements d'un système : 2ème loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique)

Livre page

Physique Chimie SUSCINIO MORLAIX	Je travaille seul en silence.	J'aide ou je suis aidé, seul mon voisin m'entend.	Je travaille en équipe sans déranger personne.

4. Se tester

Je vérifie que je maîtrise les objectifs du chapitre :

□Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.

Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié.
Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situati variées pour en déduire :
- le vecteur accélération du centre de masse, les forces appliquées au système étant connues ;
- la somme des forces appliquées au système, le mouvement du centre de masse étant connu.

□ Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan.
Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.
Établir l'équation de la trajectoire.
Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan, son expression étant donnée.

Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.
Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.
Capacité numérique : Représenter, à partir de données expérimentales variées, l'évolution des grandeurs énergétiques d'un système en mouvement dans un champ uniforme à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur.
Capacités mathématiques : Résoudre une équatior différentielle, déterminer la primitive d'une fonction, utiliser la représentation paramétrique d'une courbe.

□

Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien.
Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire.
Capacité numérique : Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.

J'ai réalisé :

☐ Un compte rendu de TP

☐ Une rédaction complète d'exercice

☐ Un calcul

☐ Une carte mentale

☐ Un résumé de cours

☐ Des exercices du devoir surveillé de la session précédente

1. Deuxième loi de Newton

Référentiel :

Le mouvement d'un corps doit être décrit par rapport à un **solide de référence appelé référentiel**. On le choisit arbitrairement mais on préfère choisir un type de référentiel appelé référentiels galiléens :

Un référentiel est **galiléen** si le principe d'inertie est vérifié (mouvement **rectiligne uniforme**)

Dans nos études, on utilise des référentiels terrestres, ils sont liés à n'importe quels objets posés sur terre et considérés comme galiléens.

Système mécanique :

Après avoir choisi le référentiel, on définit le système mécanique, c'est à dire le solide ou l'ensemble de solides dont on va étudier le mouvement. Celui-ci dépend des forces qu'il subit.

Centre d'inertie :

On le note généralement G. C'est le point du système qui a le mouvement le plus simple.

Bilan des forces :

- Ce sont les forces extérieures, celles exercées par un corps extérieur sur le système.
- Il existe des forces intérieures au système, elles s'exercent entre deux corps faisant partie du système.

La relation fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton):

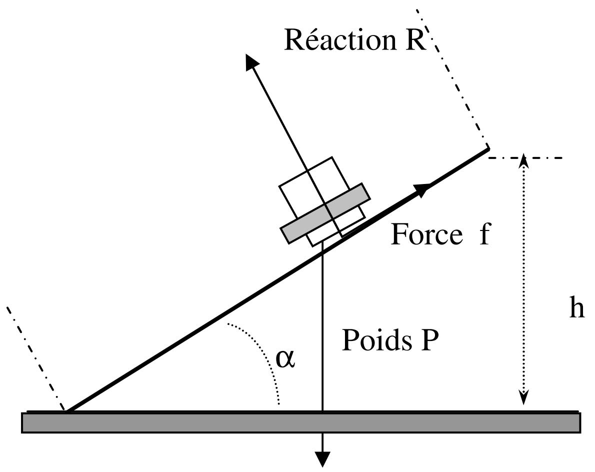
Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures exercées sur un système mécanique est égale au produit de la masse m du solide par l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie : $\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = m\overrightarrow{a_G}}$

Rq : Si $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ alors $\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{0}$ et, par conséquent, $\overrightarrow{v_G}$ reste constant en direction, sens et norme (1ère loi de Newton).

Rq : Le centre d'inertie de tout système matériel mécaniquement isolé, est soit au repos soit en mouvement de translation rectiligne uniforme.

Exemple : L'accélération est dirigée vers le bas et vers la gauche

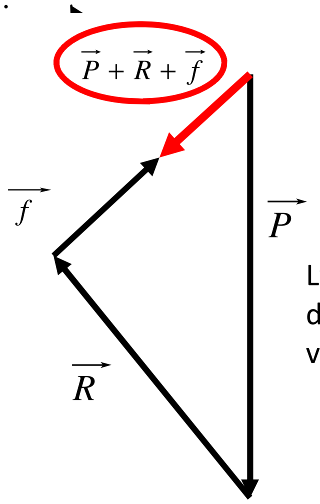
- **Palet immobile sur un plan incliné**



Dans le référentiel terre galiléen :

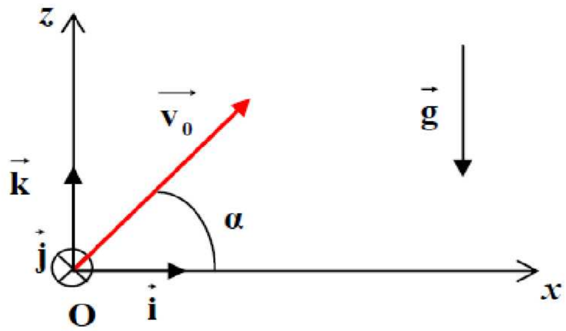
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} \neq \vec{0}$

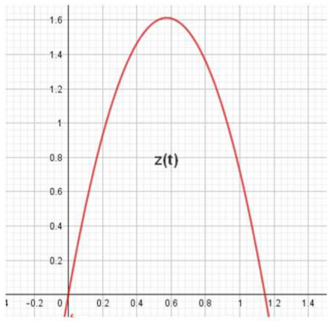
La somme des forces est non-nulle : une accélération existe et vérifie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m.\vec{a}$



L'accélération est dirigée vers le bas et vers la gauche

2. Mouvement dans un champ uniforme de pesanteur





Un solide en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme, qui n'est soumis qu'à son poids, est appelé un **projectile** : ici il possède une vitesse initiale V_0. Il est en **chute libre** car il est soumis qu'à la force de pesanteur. g est supposé constant.

<u>Equation différentielle du mouvement :</u>

Il faut encore une fois appliquer la deuxième loi de Newton au centre d'inertie du solide :

$$\Sigma\vec{F} = m\times\vec{a_G} \Leftrightarrow \vec{P} = m\times\vec{g} = m\times\vec{a_G} = m\times\frac{d\vec{v_G}}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{a} = \vec{g}$$

On peut projeter cette relation sur l'axe z'Oz (g de sens opposé à Oz): $a_{Gz} = -g$ $\quad \frac{dv_{Gz}}{dt} = -g$

<u>Conséquences :</u>

- ✓ **L'accélération du solide suivant l'axe vertical est constante** car elle est égale à l'intensité du champ de pesanteur qui est constant puisque le champ est uniforme.
- ✓ **La masse inertielle** (celle qui intervient dans la $2^{\text{ème}}$ loi de Newton) **et la masse gravitationnelle** (celle qui intervient dans la force de pesanteur ou de gravitation) sont identiques.
- ✓ Ceci explique que **l'accélération d'un solide en chute libre est indépendante de la masse du solide.**

<u>Résolution(équations horaires aprametriques)</u>

a. <u>Obtention de l'accélération sur les trois axes :</u>

On projette sur les différents axes du repère :

<u>Sur Ox :</u> $a_x = 0$ / **<u>Sur Oy :</u>** $a_y = 0$ / **<u>Sur Oz :</u>** $a_z = -g$

b. <u>Obtention de la vitesse en fonction du temps sur les trois axes :</u>

On a a = dv/dt. Donc pour avoir v = f(t), nous devons intégrer l'expression de l'accélération :

<u>Sur Ox :</u> $v_x(t) = 0 + cte_1$ / <u>Sur Oy :</u> $v_y(t) = 0 + cte_2$ / <u>Sur Oz :</u> $v_z(t) = -gt + cte_3$

Pour avoir la valeur de ces constantes, on regarde la valeur de v (t = 0) : voir le schéma

$v_x(t = 0) = 0$; $v_y(t = 0) = v_0\cos\alpha$; $v_z(t = 0) = v_0\sin\alpha$

D'où :

<u>Sur Ox :</u> $v_x(t) = 0$ / **<u>Sur Oy :</u>** $v_y(t) = v_0\cos\alpha$ / **<u>Sur Oz :</u>** $v_z(t) = -gt + v_0\sin\alpha$

c. Obtention de la position en fonction du temps sur les trois axes :

On a v = dpos/dt. Donc pour avoir p = f(t), nous devons intégrer l'expression de la vitesse :
Sur Ox : $x(t) = 0 + cte'_1$ / Sur Oy : $y(t) = v_0\cos\alpha \times t + cte'_3$ / Sur Oz : $z(t) = -1/2gt^2 + v_0\sin\alpha \times t + cte'_3$

Pour avoir la valeur de ces constantes, on regarde la valeur de p (t = 0) :

$x(t = 0) = 0$; $y(t = 0) = 0$; $z(t = 0) = z_0$

D'où :

Sur Ox : $x(t)= 0$ / Sur Oy : $y(t) = v_0\cos\alpha \times t$ / Sur Oz : $z(t) = -1/2gt^2 + v_0\sin\alpha \times t + z_0$

Conséquences : mouvement plan et équation de la trajectoire:

a. Mouvement plan :

Puisque x = 0, le mouvement ne s'effectue que dans le plan (yOz).
Ainsi, en exprimant z = f(y) ou y = g(z) on obtient l'équation de la trajectoire :

b. Equation de la trajectoire :

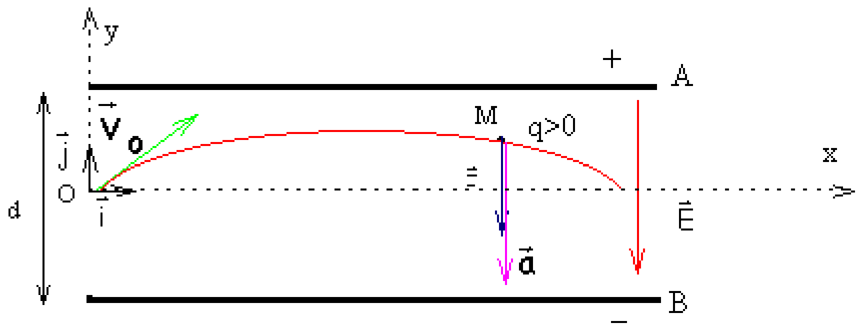
- D'après l'équation paramétrique sur Oy, on peut écrire : $t = \dfrac{y}{v_0\cos\alpha}$
- On reporte alors cette expression dans l'équation paramétrique selon Oz :

$$z(t) = -\frac{1}{2}\frac{g\times y^2}{v_0{}^2\cos^2\alpha} + \frac{v_0\sin\alpha\times y}{v_0\cos\alpha} + z_0$$

$$\boxed{z(t) = \frac{-g}{2v_0{}^2\cos^2\alpha}\times y^2 + \tan\alpha\times y + z_0}$$

Remarque :
Il s'agit de l'équation d'une parabole
On parle généralement de **portée** pour la **distance horizontale maximale** que peut atteindre un tir. Zp=0m
On parle de **flèche** pour la **hauteur maximale** que peut atteindre un tir. Vz = 0 m/s

3. Mouvement dans un champ uniforme électrique E



Système : une particule de charge **q positive**, de masse m et de vitesse initiale $\vec{v}_0$

Bilan des forces : Force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ (de même sens que $\vec{E}$ car q positive)

Equation différentielle du mouvement :

Il faut encore une fois appliquer la deuxième loi de Newton au centre d'inertie du solide :

$$\Sigma\vec{F} = m\times\vec{a_G} \Leftrightarrow \vec{F} = q\times\vec{E} = m\times\vec{a_G} = m\times\frac{d\vec{v_G}}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Conséquences :
- ✓ **L'accélération du solide suivant l'axe vertical est constante** car elle est égale à l'intensité du champ de pesanteur qui est constant puisque le champ est uniforme.
- ✓ **La masse inertielle** (celle qui intervient dans la 2ème loi de Newton) **et la masse gravitationnelle** (celle qui intervient dans la force de pesanteur ou de gravitation) sont identiques.
- ✓ Ceci explique que **l'accélération d'un solide en chute libre est indépendante de la masse du solide.**

Résolution(équations horaires aprametriques)

a. Obtention de l'accélération sur les trois axes :

On projette sur les différents axes du repère :

Sur Ox : $a_x = 0$ / **Sur Oy :** $a_y = -\frac{qE}{m}$ **signe négatif car E de sens oposé à l'axe oy**

b. Obtention de la vitesse en fonction du temps sur les trois axes :

On a a = dv/dt. Donc pour avoir v = f(t), nous devons intégrer l'expression de l'accélération :

Sur Ox : $v_x(t) = 0 + cte_1$ / Sur Oy : $v_y(t) = \frac{qE}{m}t + cte_2$

Pour avoir la valeur de ces constantes, on regarde la valeur de v (t = 0) : voir le schéma

$$v_x(t = 0) = v_0\cos\alpha \ ; \ v_y(t = 0) = v_0\sin\alpha$$

D'où :

Sur Ox : $v_x(t) = v_0\cos\alpha$ / **Sur Oy :** $v_y(t) = \frac{qE}{m}t + v_0\sin\alpha$

c. Obtention de la position en fonction du temps sur les trois axes :

On a v = dpos/dt. Donc pour avoir p = f(t), nous devons intégrer l'expression de la vitesse :

Sur Ox : $x(t) = \mathbf{v_0\cos\alpha.t} + cte'_1$ / Sur Oy : $y(t) = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + cte'_2$

A t=0s x(t = 0) = 0 ; y(t = 0) = 0

Sur Ox : $\mathbf{x(t) = v_0\cos\alpha.t}$ / **Sur Oy :** $y(t) = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t$

Conséquences : équation de la trajectoire:

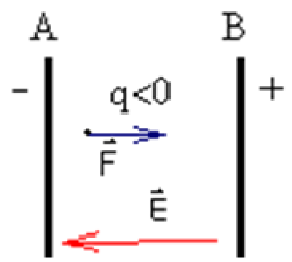
- D'après l'équation paramétrique sur Ox, on peut écrire : t = $\frac{y}{v_0\cos\alpha}$
- On reporte alors cette expression dans l'équation paramétrique selon Oy :

$$\boxed{z(t) = \frac{-qE}{2mv_0{}^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x}$$

Remarque : la trajectoire est bien parabolique

Cas de l'accélérateur de particules

Une particule de charge q est placée en A sans vitesse initiale.
Elle arrive en B accélérée sous l'effet du champ uniforme E.



Théorème de l'énergie cinétique entre A et B

$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = q(V_A - V_B)$ où V_A-V_B est la tension (volts) appliquée entre les plaques A et B

On en déduit la vitesse des particule en B $V_B = \frac{\sqrt{2q(V_A - V_B)}}{m}$

Ex : charge - e = - 1,6.10^{-19} C ; masse m = 9,1.10^{-31} kg ; vitesse initiale nulle $v_A = 0$ et tension U_{AB} = - 1000 V. **On calcule $v_B = 1{,}9.10^7$ m/s.**

4. Mouvement dans un champ de gravitation

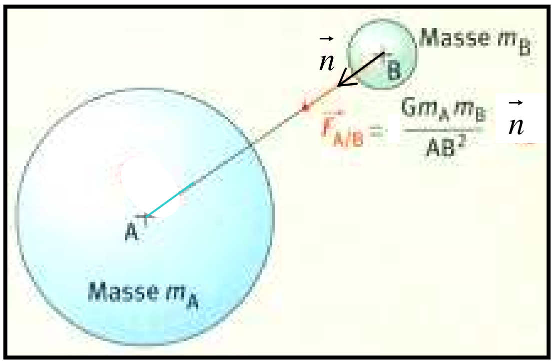
<u>Référentiel :</u> géocentrique, galiléen **<u>système :</u> le satellite considéré**

La seule force qui s'exerce sur notre système satellite (de masse m et d'altitude h) a donc pour expression : $\overrightarrow{F_{T/sat}} = G \times \dfrac{m \times M_T}{(R_T + h)^2} \overrightarrow{u_{satT}}$

Projetons sur les deux axes de la base de Frenet :

1) Sur $\vec{\tau}$: la force étant radiale, elle n'a pas de composante sur cet axe : $a_\tau = 0$ le mouvement est uniforme
2) Sur $\vec{n}$: G×$\dfrac{m \times M_T}{(R_T + h)^2}$ = m×a_n d'où a_n = G×$\dfrac{M_T}{r^2}$

L'accélération du satellite dans son mouvement est **uniquement radiale**, **dirigée vers le centre du soleil** : elle dit **centripète**.



Dans le rpère de Fénet (voir CH11) $\dfrac{v^2}{r} = G \times \dfrac{M_S}{r^2}$ (*)

- Expression de la vitesse : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G \times M_S}{r}}}$
- Mouvement circulaire uniforme : $T = \dfrac{2\pi\, r}{v}$ d'où $v = \dfrac{2\pi\, r}{T}$

Si on remplace dans (*), on obtient : $\dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2 \times r} = \dfrac{G \times M_S}{r^2} \Leftrightarrow$

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} = cte}$$

<u>Les satellites géostationnaires:</u>

- Ces **satellites sont fixes (*stationnaires*) par rapport à la terre (*géocentrique*).**

Pour que ce soit le cas, il faut que

- ✓ Ils décrivent un **mouvement circulaire uniforme** dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un **plan contenant l'équateur**.
- ✓ Qu'ils **tournent dans le même sens que la terre** autour de l'axe de ses pôles.
- ✓ Leur **période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre** autour de l'axe de ses pôles (24H environ).

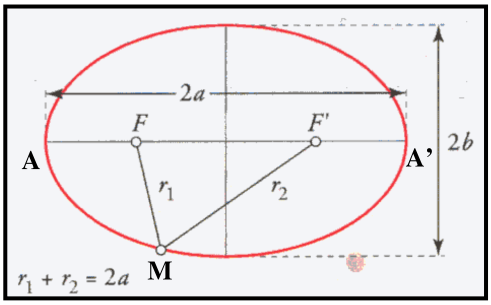
- On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :
  - ✓ Utilisons la 3ème loi de Kepler applicable à ce satellite : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_T}$ avec r = R_T + h
  - ✓ On calcul : $r = \sqrt[3]{\dfrac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{6.67*10^{-11} \times 5.976*10^{24}*(24*3600)^2}{4\pi^2}} = 42.2*10^6\, m$
  - ✓ Donc l'altitude est : <u>h</u> = $42.2*10^6 - 6.4*10^6 = 36*10^6$ m = <u>36 000 Km</u>

<u>Référentiel :</u> héliocentrique, galiléen **<u>système :</u> la planète considérée**

1) <u>1ère loi : la loi des orbites :</u>

Dans le référentiel héliocentrique, **le centre de chaque planète décrit une trajectoire elliptique dont le Soleil S est l'un des foyers.**
Mise à part Mercure et Pluton, les planètes du système solaire on des **trajectoires pratiquement circulaires**.

<u>Remarque : qu’est-ce qu’une ellipse au sens mathématiques ?</u>

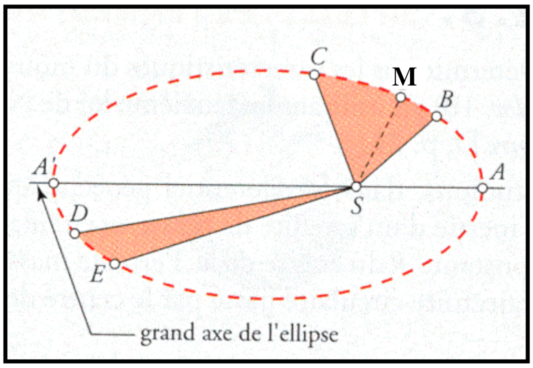


Une ellipse est formée par **l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F et F') est constante** : MF + MF' = AA’ = 2a (AA’ est le grand axe)
On définie l’excentricité de l’ellipse par :

$$\boxed{e = \frac{FF'}{AA'}}$$

Si e = 0 (FF’=0), l’ellipse devient un cercle

2) <u>2ème loi : la loi des aires :</u>



Le rayon vecteur SM qui relie la planète M au soleil S **balaie des aires égales en des temps égaux.**

<u>Conséquences :</u>

- Les aires des triangles SBC et SDE sont égales.
- La portion d’ellipse **BC est parcourue dans le même temps que la portion DE**, ce qui implique que **la planète va plus vite quand elle est proche d’un foyer de l’ellipse que quand elle est loin.**

3) <u>3ème loi : relation entre la période de révolution et le demi grand axe :</u>

Le rapport entre le carré de la période de révolution T d’une planète et le cube du demi-grand axe
($a = \frac{AA'}{2}$) de l'orbite elliptique est constant : $\boxed{\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}}$

La valeur de la constante ne dépend que du Soleil (pas de la planète considérée)

Pour une trajectoire circulaire : on T^2/r^3 = cte.