Fiche d'entrainement

Badge Analyse Dimensionnelle

ETAPE 1 : JE VISIONNE LA CAPSULE CHIFFRES SIGNIFICATIFS

https://lc.cx/WNhB

ETAPE 2 : JE REVOIS L'ESSENTIEL NIVEAU 1

1. Les unités de bases

Toute grandeur physique doit être écrite avec son unité. Celle-ci est nécessaire pour comparer les valeurs d'une même grandeur physique.

Le système international d'unité (S.I.) est le plus utilisé dans le monde. On définit 7 unités de base qui sont à connaitre par cœur (sauf le candela).

Toutes les autres unités de la physique sont des dérivées de celle-ci.

Grandeur (symbole de la grandeur)	Unité SI (symbole de l'unité)
Longueur (L)	Mètre (m)
Masse (m)	Kilogramme (kg)
Temps (t)	Seconde (s)
Intensité électrique (I)	Ampère (A)
Température (T)	Kelvin (K)
Intensité lumineuse	Candela (cd)
Quantité de matière (n)	Mole (mol)

2. Réaliser une analyse dimensionnelle

Si A est une grandeur alors l'écriture [A] signifie « unité de A ». Par exemple, l'unité d'une distance d est le mètre s'écrit [d]=m.

a) A et B étant des grandeurs physiques, si $\mathbf{A = B + C}$ **alors** $[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}] = [\mathbf{C}]$ cela signifie que les unités de A, B et C sont les mêmes.

b) A et B étant des grandeurs physiques, si $\mathbf{B} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{A}}$ **alors** $[\mathbf{B}] = [\mathbf{A}]^{-1}$ cela signifie que B a pour unité l'inverse de l'unité de A.
Exemple : f = 1/T donc [f]=[T]$^{-1}$ qui se lit : « l'unité de fréquence est égale à l'inverse de l'unité de période ». Donc, la période étant un temps (unité S.I. : seconde), l'unité de la fréquence est dans le système international l'inverse de la seconde soit la « seconde -1 » que l'on a choisi d'appeler le Hertz (Hz). Le Hertz est donc une unité dérivée des unités de base.

c) A, B et C étant des grandeurs physiques, $\mathbf{A = B \times C}$ **alors** $[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}] \times [\mathbf{C}]$ cela signifie que l'unité de A est le produit de l'unité de B par l'unité de C.
*Exemple : U=R*I donc [U]=[R]*[I] qui se lit : « l'unité de la tension est égale au produit de l'unité de la résistance et de l'intensité ».*

d) A étant une grandeur physique, **alors** $[\mathbf{A}^2] = [A]^2 = [\mathbf{A}] \times [\mathbf{A}]$ cela signifie que l'unité de A au carrée est le produit de l'unité de A par l'unité de A.
Exemple : $[\mathbf{v}^2] = [v]^2 = [\mathbf{v}] \times [\mathbf{v}] = \boldsymbol{m \times s^{-1} \times m \times s^{-1} = m^2 \times s^{-2}}$

e) Les fonctions mathématiques (sin, cos, tan, exp, log,...) n'ont pas d'unité.
Exemple : sin(i) n'a pas d'unité, même si l'angle i en a une (degré ou radian)

f) Un nombre n'a pas d'unité.
*Exemple : L=2*d alors [L]=[2]*[d]=[d]*

L'analyse dimensionnelle vous permet de :

- **Déterminer l'unité d'une grandeur dans une relation,**
- **Retrouver une relation entre grandeurs si vous ne vous en rappelez plus.**

Exemple n°1 :

Vous souhaitez connaitre l'unité de la masse volumique dans la relation :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

où la masse est en kilogramme et le volume en litre.

Vous réalisez alors une analyse dimensionnelle :

$$[\rho] = \left[\frac{m}{V}\right] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{kg}{L} = kg.L^{-1}$$

Vous en déduisez que la masse volumique s'exprime ici en kilogramme par litre ($kg.L^{-1}$)

ETAPE 3 : JE M'EXERCE

Exercice I : Trouver l'unité dans le S.I. de la vitesse à partir de la relation entre la vitesse v, le temps t et la distance d.

Exercice II : Trouver l'unité dans le S.I. de l'énergie à partir de la relation entre l'énergie cinétique Ec, la masse m et la vitesse v.

ETAPE 4 : JE ME CORRIGE

Exercice I :

La relation entre les grandeurs est :

$$v = \frac{d}{t}$$

d est une distance et t est un temps donc $[d] = m \; et \; [t] = s$
Alors

$$[v] = \left[\frac{d}{t}\right] = \frac{[d]}{[t]} = \frac{m}{s} = m.s^{-1}$$

L'unité dans le S.I. de la vitesse est le mètre par seconde ($m.s^{-1}$).

Exercice II :

La relation entre les grandeurs est

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

m est une masse et v une vitesse donc $[m] = kg \; et \; [v] = m.s^{-1}$
Alors

$$[E_c] = \left[\frac{1}{2} \times m \times v^2\right] = \left[\frac{1}{2}\right] \times [m] \times [v^2] = [m] \times [v]^2 = [m] \times [v] \times [v] = kg \times m \times s^{-1} \times m \times s^{-1} = kg \times m^2 \times s^{-2}$$

L'unité dans le S.I. de l'énergie est le kilogramme mètre carré par seconde carrée ($kg \times m^2 \times s^{-2}$).

Cependant, l'énergie s'exprime en Joule (J), c'est une unité dérivée.

ETAPE 3 BIS : JE M'EXERCE

Trouver l'unité S.I. de la grandeur demandée sachant que :

$$[A] = m \; ; \; [B] = s \; ; \; [C] = kg \; ; \; [D] = m.s^{-1} \; ; \; [F] = kg^2.m^{-1}$$

Relation entre grandeur :	Travail à faire : Déterminer l'unité de E
$\frac{A \times E}{C} = D$	
$\frac{C \times F}{E} = D^2$	
$E = \sqrt{A \times F}$	
$E = \sqrt{\frac{A \times D}{B}}$	

ETAPE 4 BIS: JE ME CORRIGE

$\frac{A \times E}{C} = D$	$E = \frac{D \times C}{A}$ $[E] = \left[\frac{D \times C}{A}\right] = \frac{[D] \times [C]}{[A]} = \frac{m \times s^{-1} \times kg}{m} = kg \times s^{-1}$
$\frac{C \times F}{E} = D^2$	$E = \frac{C \times F}{D^2}$ $[E] = \left[\frac{C \times F}{D^2}\right] = \frac{[C] \times [F]}{[D] \times [D]} = \frac{kg \times kg^2 \times m^{-1}}{m \times s^{-1} \times m \times s^{-1}} = \frac{kg^3 \times m^{-1}}{m^2 \times s^{-2}} = kg^3 \times m^{-3} \times s^2$
$E = \sqrt{A \times F}$	$[E] = [\sqrt{A \times F}] = \sqrt{[A] \times [F]} = \sqrt{m \times kg^2 \times m^{-1}} = \sqrt{kg^2} = kg$ Remarque : $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ donc $\sqrt{kg^2} = (kg^2)^{\frac{1}{2}} = kg^{\frac{2}{2}} = kg^1 = kg$
$E = \sqrt{\frac{A \times D}{B}}$	$[E] = \left[\sqrt{\frac{A \times D}{B}}\right] = \sqrt{\frac{[A] \times [D]}{[B]}} = \sqrt{\frac{m \times m \times s^{-1}}{s}} = \sqrt{m^2 \times s^{-2}} = m \times s^{-1}$