

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
MESURE DE LA TERRE

BACCALAURÉAT GENERAL SCIENTIFIQUE

Épreuve de PHYSIQUE CHIMIE

ÉNONCÉ ET ÉVALUATION

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE

MESURE DE LA TERRE

CONTEXTE DU SUJET

L'environnement « plat » à notre échelle de perception cache la forme réelle de la Terre, dont la compréhension résulte d'une longue réflexion.

Le but de cette épreuve est de calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène, calculer une longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain, calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien.

-580	THALES (-à Milet) considère la terre comme une grande galette, dans une bulle entourée d'eau.
-570	PYTHAGORE considère que la terre est ronde comme une boule, parce qu'il s'agit d'une forme "parfaite".
-335	ARISTOTE donne des preuves de la rotondité de la terre, en particulier son ombre sur la lune lors d'une éclipse de lune.
-230	ERATOSTHENE (à Alexandrie) mesure un méridien et donne une bonne valeur approchée du rayon terrestre.
+400	ST AUGUSTIN , en occident, rejette la sphéricité de la terre. C'est une régression jusqu'au X ^{ème} siècle.
IX - XI siècles	Les astronomes et géographes ARABES perfectionnent les instruments de mesure et prolongent la tradition grecque.
1670	PICARD mesure par triangulation un arc de méridien entre Amiens et Paris.
1669/1716	Les CASSINI mesurent un arc de méridien entre Dunkerque et Collioure d'où il ressort que la terre serait aplatie à l'équateur. NEWTON déduit du mouvement du pendule à différentes latitudes l'aplatissement aux pôles.
1736/1743	MAUPERTUIS (en Laponie), BOUGUER et LA CONDAMINE (au Pérou) vérifient, par triangulation, l'aplatissement aux pôles.

-570	ANAXIMANDRE (à Milet) est l'introducteur du gnomon en Grèce.
-150	HIPPARQUE mesure les coordonnées géographiques de plusieurs points et lance l'idée d'un cadrillage par méridiens et parallèles
II ^{ème} siècle ap. J.-C.	PTOLEMEE (à Alexandrie) calcule la longitude et la latitude de 8000 points et publie un "guide géographique" copié pendant 13 siècles.
1569	MERCATOR (à Anvers) crée la projection permettant la navigation à l'aide des coordonnées géographiques.
1714	Loi du parlement britannique offrant 20000£ pour "toute méthode permettant de calculer la longitude, applicable en
1772	Apparition du premier chronomètre de marine permettant une bonne détermination de la longitude en mer (2 ^{ème} voyage de Cook).
fin 20 ^{ème} siècle	Détermination par satellite des coordonnées géographiques.

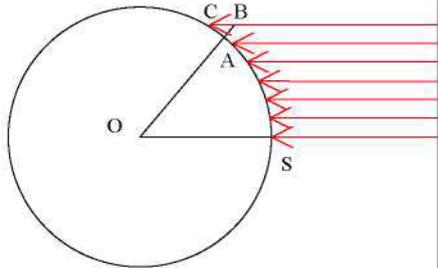
ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE

MESURE DE LA TERRE

I. LA "MESURE DE LA TERRE" PAR ERATOSTHENE

Mesurer un angle et utiliser la proportionnalité

Eratosthène (-275 , -195), conservateur de la célèbre bibliothèque d'Alexandrie, est le premier a obtenir une valeur du rayon terrestre par une méthode réellement scientifique, et ce avec une étonnante précision. L'idée, qui date de Thalès, est de mesurer un angle pour en déduire des rapports de distance.



L'expérience d'Eratosthène :

Eratosthène constata que, le jour du solstice d'été, les puits de Syène (ville de Haute-Egypte) sont, à midi, éclairés jusqu'au fond. Le Soleil est donc, à cet instant, à la verticale de Syène (point S).

Au même instant, un obélisque ([AB]) situé sur une place d'Alexandrie donne une ombre ([AC]) au sol. La mesure de l'angle $a = \widehat{ABC}$ donne $a = 7^{\circ}12'$.

D'après les relevés cadastraux de la Bibliothèque, la mesure de l'arc de cercle AS (distance Alexandrie/Syène) est de 5 000 stades (1 stade \approx 157,5 m).

A partir de ces mesures, Eratosthène put donner une estimation correcte du rayon terrestre.

1) En supposant que les rayons du soleil sont parallèles, montrer que $\widehat{SOA} = a$

2) En complétant le tableau de proportionnalité suivant, en déduire la circonférence de la Terre (longueur L du tour de la Terre).

angle	$\widehat{SOA} = 7^{\circ}12'$	360°
arc de cercle	$5000 \times 157,5$	L

3) En déduire une

estimation du rayon terrestre R.

Comparer à la valeur réelle à l'équateur $R = 6378$ km. Quelle est, en pourcentage, l'erreur relative commise ?

II. LA "MESURE DE LA TERRE" PAR L'ABBE PICARD Triangulation

En 1666, **COLBERT** crée l'Académie des sciences. Il est persuadé que de meilleures cartes permettraient d'améliorer la gestion et l'aménagement de la France.

Dès 1668, **L'ABBE PICARD** met en œuvre une opération géodésique de grande envergure. Selon son rapport à l'Académie, "outre que par ce moyen on aurait une carte la plus exacte qui ait encore été faite, on en tirerait cet avantage de pouvoir déterminer la grandeur de la terre". Picard se servit des principes de la triangulation, méthode déjà appliquée par le hollandais **SNELLIUS**. Il construisit une **chaîne de treize triangles** en partant d'une **base** mesurée sur le terrain (une deuxième base permettra une vérification) et complétée par des **mesures d'angles** à partir de points visibles les uns des autres (tours, clochers, ...).

Ayant calculé la longueur totale d'un arc de méridien, il ne reste plus qu'à mesurer la latitude aux extrémités pour savoir de quelle fraction de méridien il s'agit.

Picard conçoit lui même ses instruments de mesure et, le premier, va utiliser une lunette munie d'un réticule.

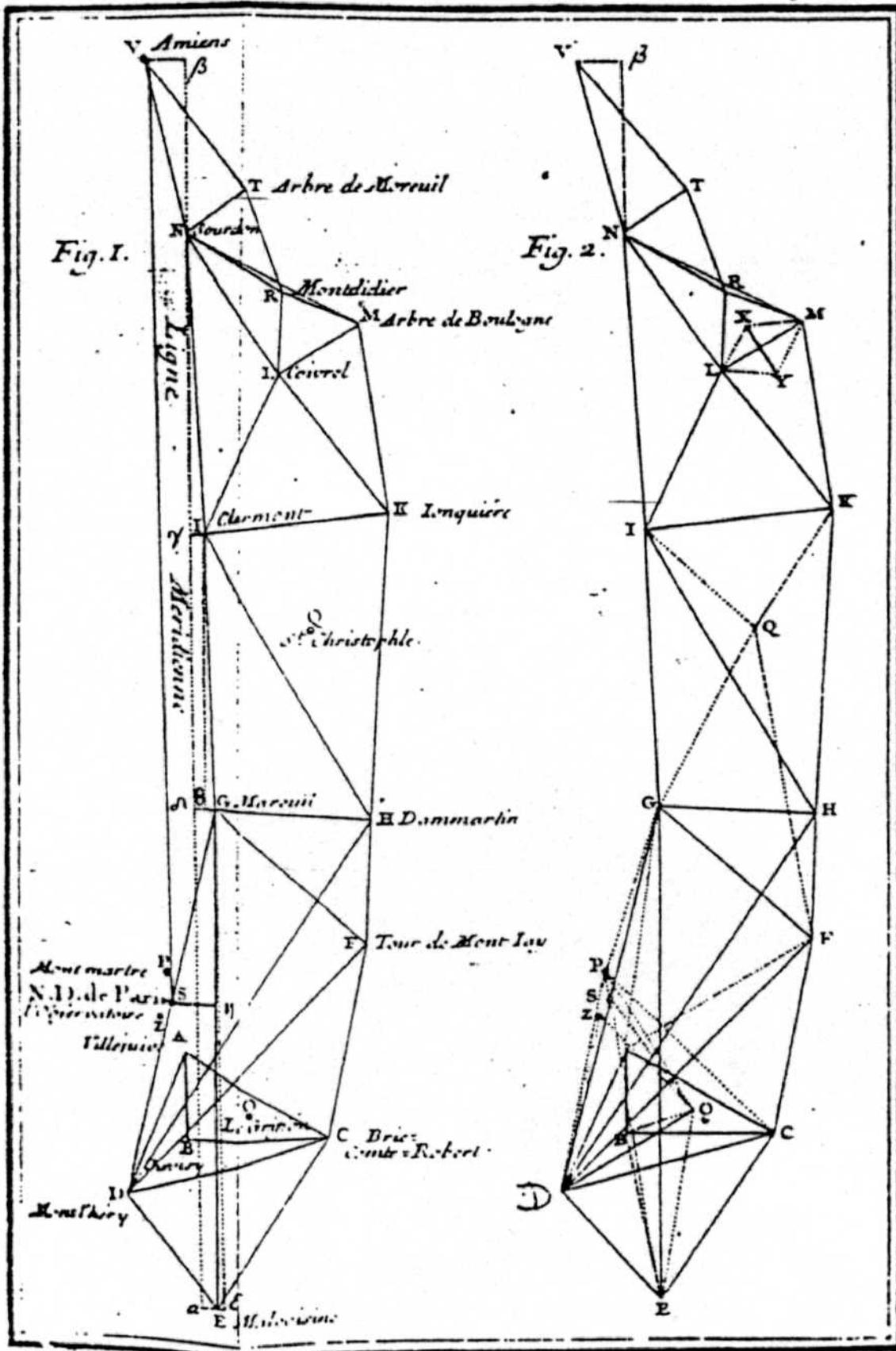
Vous avez ci-jointe, une copie extraite du rapport de Picard "Mesure de la Terre".

1) Dans le triangle ABC, Picard mesure la "base" [AB] et les trois angles.

Soit H le pied de la hauteur issue de A. Calculer AH (en toises).

2) En déduire la valeur de AC et comparer avec celle obtenue par Picard (il y a 6 pieds dans une toise)

3) Justifier l'affirmation finale de Picard "il a été facile de conclure la distance GE ". Effectuer le calcul, en sachant que la toise de Paris est égale à 1,949 m.



ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
MESURE DE LA TERRE

34 *Mesure de la Terre,*
qui ne donnoient les minutes que de six
en six, ils n'ont pas laissé d'approcher de
la justesse autant qu'il étoit nécessaire,
pour faire voir qu'on ne s'étoit pas trompé
aux conclusions.

I. TRIANGLE ABC.

Pour connoître le côté AC.

CAB..... $54^{\circ}4'35''$.
ABC..... $95^{\circ}6'55''$.
ACB..... $30^{\circ}48'30''$.
AB..... 5663 Toises de mesure actuelle.
Donc AC..... 11012 Toises 5 pieds.
Et BC..... 8954 Toises.

II. TRIANGLE ADC.

Pour DC & AD.

DAC..... $77^{\circ}25'50''$.
ADC..... $55^{\circ}0'10''$.
ACD..... $47^{\circ}34'0''$.
AC..... 11012 Toises 5 pieds.
Donc DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Et AD..... 9922 Toises 2 pieds.

III. TRIANGLE DEC.

Pour DE & CE.

DEC..... $74^{\circ}9'30''$.
DCE..... $40^{\circ}34'0''$.
CDE..... $65^{\circ}16'30''$.
DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Donc DE..... 8870 Toises 3 pieds.
Et CE..... 12389 Toises 3 pieds.

par M. PAbbé Picard.

35

IV. TRIANGLE DCF.

Pour DF.

DCF..... $113^{\circ}47'40''$.
DFC..... $33^{\circ}40'0''$.
FDC..... $32^{\circ}32'20''$.
DC..... 13121 Toises 3 pieds.
Donc DF..... 21658 Toises.

Notez que dans ce quatrième triangle, l'angle DFC a été augmenté de $10''$, qui manquoient à la somme des trois angles.

V. TRIANGLE DFG.

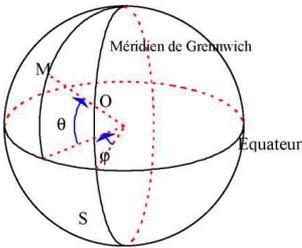
Pour DG & FG.

DFG..... $92^{\circ}5'20''$.
DGF..... $57^{\circ}34'0''$.
GDF..... $30^{\circ}20'40''$.
DF..... 21658 Toises.
Donc DG..... 25643 Toises.
Et FG..... 12963 Toises 3 pieds.

Ensuite de ces cinq triangles, il a été facile de conclure la distance GE entre Malvoisine & Mareuil, sans supposer aucune nouvelle Observation.

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
MESURE DE LA TERRE

III. LA MESURE DE LA LATITUDE ET DE LA LONGITUDE DE LA TERRE



Un point M à la surface de la terre (assimilée à une sphère) est repéré par ses coordonnées géographiques :

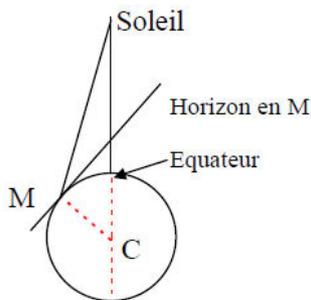
- φ : longitude (Est - Ouest, à partir du méridien de Greenwich)
- θ : latitude (Nord - Sud, à partir de l'équateur).

Malgré les apparences, latitude et longitude ne sont pas de nature "symétrique" et la façon dont on peut les mesurer est très différente.

MESURE DE LA LATITUDE :

C'est une opération astronomique assez simple. Cette mesure a d'abord été effectuée à l'aide du **gnomon** (cadran solaire) dès l'Antiquité grecque, puis les Arabes l'ont affinée par l'usage de l'**astrolabe**. En navigation, à la fin du 19^{ème} siècle, on la mesurait à l'aide du **sexant**.

1) Le jour de l'équinoxe, à midi solaire en un point M de la Terre, le soleil est à la verticale de l'équateur (au point de l'équateur de même longitude).
Montrer, que l'angle θ dans l'ombre du gnomon (situé au point M) est égal à la latitude.
(On pourra faire un schéma en coupe de la Terre et on supposera les rayons du soleil parallèles)



Rayon terrestre moyen : $r = 6367 \text{ km}$.

2) Le sextant permet de mesurer la hauteur d'un astre S en un point M de la Terre.
Cette hauteur est l'angle α formé par (MS) et l'axe de l'horizon en M.
La figure ci-contre correspond à la situation à l'équinoxe, à midi solaire.

- a) Montrer que la connaissance de α (donné par le sextant), de $L = CS$ (distance Terre-Soleil donnée par les tables) permettent de déterminer la latitude de M.
- b) Application, on suppose que, dans les conditions précédentes, on a $L = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$ et $\alpha = 75,3^\circ$ déterminer votre latitude.

MESURE DE LA LONGITUDE :

- 1) De quel angle, en degrés, tourne la Terre en une minute ?
- 2) S'il est midi solaire au méridien de Greenwich, alors que l'heure solaire est de 3heures 12 minutes après midi au point M, quelle est la longitude en M ?

La détermination de la longitude en navigation nécessitant la conservation de l'heure du méridien d'origine, celle-ci n'a été, jusqu'au 19^{ème} siècle, que très approximative (au 18^{ème} siècle, une horloge à ressort était d'une imprécision allant jusqu'à une heure par jour).

IV. LA REPRESENTATION DE LA TERRE

⇒ LA CARTE STEREOGRAPHIQUE :

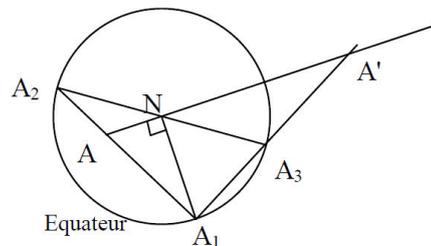
La projection stéréographique, connue depuis l'Antiquité (Hipparque 150av J.-C.), possède la propriété suivante :

Un cercle dessiné sur la sphère terrestre y est représenté par un cercle sur la carte (sauf s'il passe par le pôle sud, pour une carte centrée sur le pôle nord).

- 1) Placer, sur la carte stéréographique, les points C et I, correspondant à Cherbourg (Port de départ de Tintin) : $49^{\circ}39'N$; $1^{\circ}38'W$ Greenwich, et Ile au trésor : $20^{\circ}27'N$; $68^{\circ}32'W$ Greenwich.
- 2) La figure ci-dessous montre comment l'on construit, sur une carte stéréographique, l'**antipodal** d'un point.

Le point A' est, sur la carte stéréographique, l'antipodal du point A (symétrique de A par rapport au centre de la terre).

Décrire comment, à partir du point A, on obtient le point A'.



- 3) Utiliser cette construction pour placer sur la carte stéréographique, le point I' antipode de I.

Tracer le cercle circonscrit au triangle CII'.
On obtient ainsi le plus court chemin entre C et I.
et I.

Quelle est, sur cette trajectoire, la latitude du point de 40° de longitude Ouest ?

.....
.....

⇒ LA CARTE DE MERCATOR : Le chemin le plus court n'est pas la ligne droite.

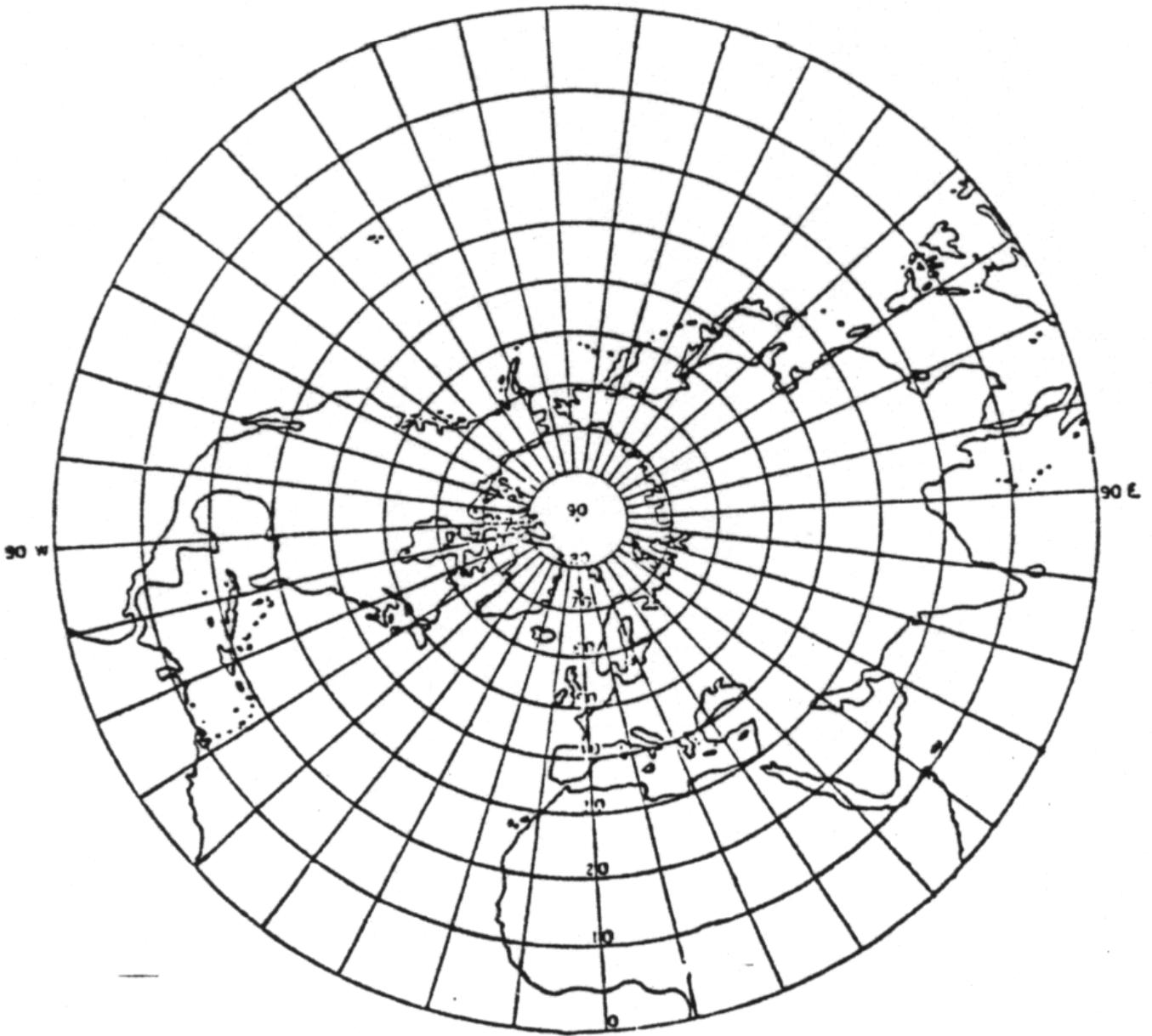
- 1) Graduer méridiens et parallèles sur la carte de Mercator ci-jointe. Placer les points C et I.
- 2) Reporter sur la carte de Mercator le point de longitude $40^{\circ}W$ obtenu sur le chemin le plus court entre C et I.

Tracer ensuite le chemin le plus court entre C et I (ce n'est pas un arc de cercle, on l'appelle orthodromie).

- 3) Comparer avec la ligne droite (CI) tracée sur la carte de Mercator (trajet à cap constant).

ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
MESURE DE LA TERRE

PROJECTION STEREOGRAPHIQUE



ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
MESURE DE LA TERRE

PROJECTION DE MERCATOR

