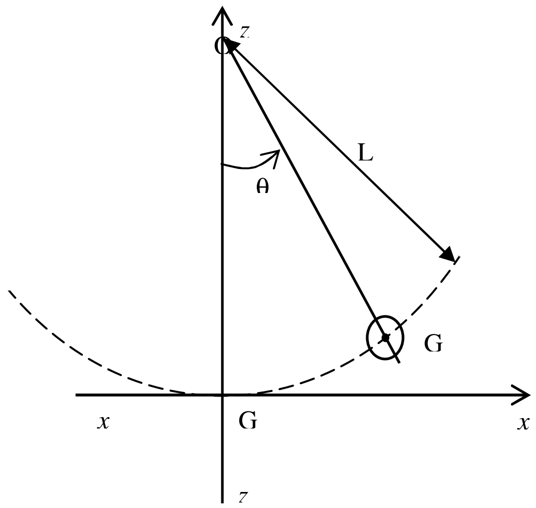
Exercice n°2 : champ de pesanteur et énergie

Le pendule simple

Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement. Ce pendule est constitué du mobile à coussin d'air de masse *m*, adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O.
On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L.
Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal *xx'* et à un axe vertical *zz'*, d'origine G_0, orientés comme l'indique la figure ci-dessous.



Données : L = 41 cm ; *m* = 236 g ; g = 9,8 m.s $^{-2}$

À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile. On obtient la succession de points représentée sur le document n°1 présenté en annexe **à rendre avec la copie**.

Étude énergétique

1. Étude théorique

Rappeler l'expression en explicitant chaque terme :

1.1. De l'énergie cinétique du pendule simple ainsi constitué,

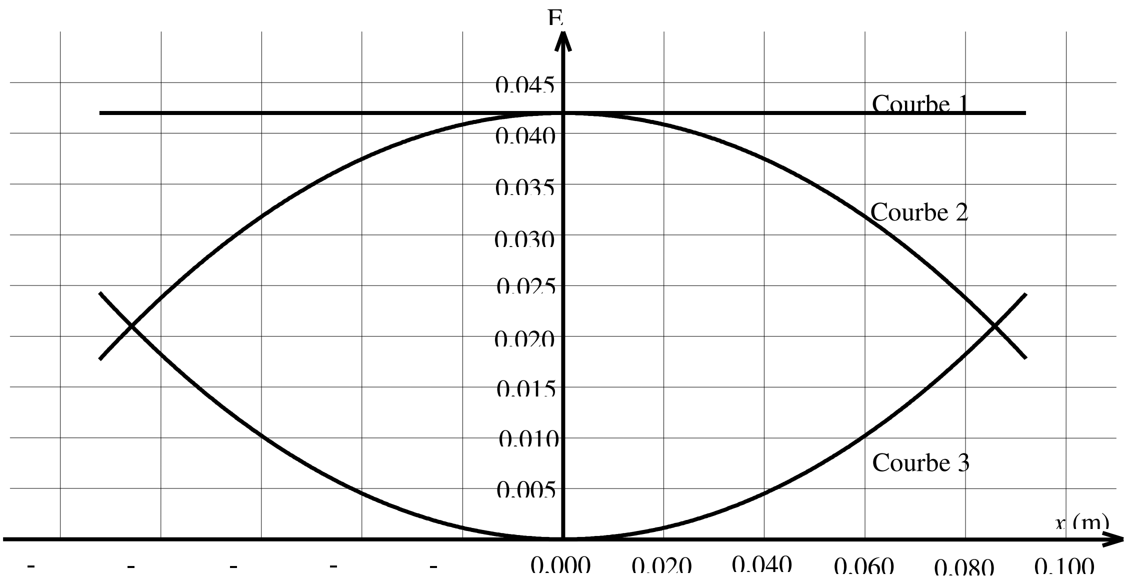
1.2. De l'énergie potentielle du pendule en fonction de *z*.

Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre.

1.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du pendule.

2. Exploitation des courbes d'énergie

2.1. En justifiant votre choix, attribuer l'énergie correspondant à chaque type de courbe ci-après



2.2. Expliquer brièvement ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.

Exercice n°2 : champ de pesanteur et énergie

1. Étude théorique
1.1. $E_C = ½ m.v^2$ avec m masse du mobile en kg, v vitesse du centre d'inertie du mobile en $m.s^{-1}$ et E_C exprimée en joule.
1.2. $E_P = m.g.z$ avec m masse du mobile en kg, g accélération de la pesanteur en $m.s^{-2}$ et E_P exprimée en joule.
1.3. $E_m = E_C + E_P$

2. Exploitation des courbes d'énergie
2.1. Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre, donc pour x = 0 alors z = 0.
Donc en x = 0, alors $E_P = m.g \times 0 = 0$. La **courbe 3 correspond à E_P**.
La **courbe 1** est la somme des courbes 1 et 2, donc elle représente les variations de **E_m**.
Finalement, la **courbe 2 représente les variations de E_C**.
2.2. Lors des oscillations, il se produit un transfert d'énergie. Lorsque l'altitude du pendule augmente, il gagne autant d'énergie potentielle de pesanteur qu'il perd d'énergie cinétique.
Lorsque l'altitude diminue, il perd autant d'énergie potentielle de pesanteur qu'il gagne d'énergie cinétique.
L'énergie mécanique se conserve.

Solutions techniques pour que la bille arrive en O avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$.

2.1. Utilisation d'un plan incliné :

Dans cette situation (illustrée par la figure 2 ci après), la bille est lâchée sans vitesse initiale d'un point A (de coordonnées x_A et y_A) situé en haut d'un plan incliné réglable très lisse sur lequel la bille glisse sans frottement.

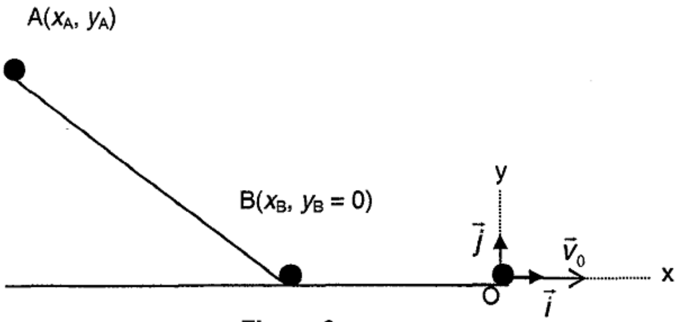


Figure 2

Ensuite, la bille roule entre les points B et O : sur cette portion on considérera que la valeur de la vitesse du centre d'inertie de la bille reste constante ; ainsi on aura $v_B = v_0$.
Sur la portion AB, on peut considérer que la bille est soumise à deux forces constantes : le poids $\vec{P}$ et la réaction du plan incliné $\vec{R}$. En un point quelconque du trajet AB, ces vecteurs forces sont représentés sur la figure 3 ci après (représentation sans considération d'échelle).

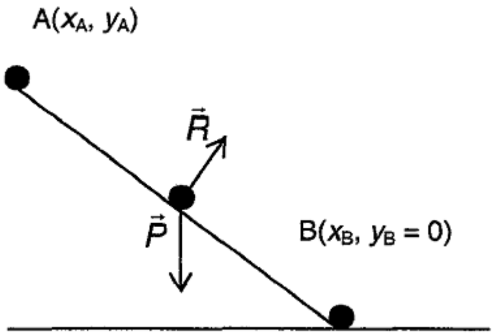


Figure 3

La force $\vec{R}$ dont la direction est constamment perpendiculaire au trajet AB n'effectue aucun travail. Ainsi, la seule force qui effectue un travail sur le trajet AB est le poids $\vec{P}$ qui est une force conservative : on peut donc affirmer que l'énergie mécanique du système {bille-Terre} se conserve entre A et B.

L'origine des énergies potentielles de pesanteur est prise au point O d'altitude $y_0 = 0$. On a donc $E_p(O) = 0$.

2.1.1. Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(A)$ de la bille en A en fonction de y_A.

2.1.2. Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(B)$ de la bille en B en fonction de v_B.

2.1.3. En déduire l'expression de y_A en fonction de $v_0 = v_B$.

2.1.4. Calculer y_A pour que v_0 ait la valeur de 2,0 $m.s^{-1}$.

CORRECTION Solutions techniques pour que la bille arrive en O avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$

2.1. Utilisation d'un plan incliné

2.1.1. L'énergie mécanique E_M est la somme de l'énergie cinétique $E_C = ½.m.v^2$ et de l'énergie potentielle de pesanteur $E_P = m.g.y$ (compte tenu de l'orientation de l'axe Oy et de l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur $Ep(y=0) = 0$ J). Ainsi :

$$E_M = ½.m.v^2 + m.g.y$$

Energie mécanique en A : $E_M(A) = ½.m.v^2_A + m.g.y_A$

Or $v_A = 0\ m.s^{-1}$ car la bille est lâchée du point A sans vitesse initiale donc : $\mathbf{E_M(A) = m.g.y_A}$

2.1.2. Energie mécanique en B : $E_M(B) = ½.m.v^2_B + m.g.y_B$

Or $y_B = 0$ m donc $\mathbf{E_M(B) = ½.m.v^2_B}$.

2.1.3. Le système {bille-Terre} étant conservatif, l'énergie mécanique se conserve au cours du mouvement, ainsi : $E_M(A) = E_M(B) \Leftrightarrow m.g.y_A = ½.m.v^2_B$

finalement avec $v_0 = v_B$: $\boxed{y_A = \frac{v_0^2}{2.g}}$

2.1.4. $\mathbf{y_A} = \frac{(2,0)^2}{2\times 9,8} = \mathbf{0,20\ m}$