# Chapitre 05
# Les mouvements des planètres et satellites

## Table des matières

# 1 La quantité de mouvement

## 1.1 Définition

Définition 1 : Soit un système de masse $m$ et de vecteur vitesse $\vec{v}$, on appelle quantité le mouvement du système, le vecteur $\vec{p}$ défini par :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

**Variation de la quantité de mouvement :** Lorsque le système possède une masse constante, on a :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

## 1.2 Conservation de la quantité de mouvement, propulsion par réaction

Le **principe d'inertie** peut s'exprimer comme : $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = \overrightarrow{0} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0}$
Dans un système isolé, la quantité de mouvement se conserve.

Expérience : Un patineur sur glace se tient immobile sur la patinoire avec un ballon dans les mains. À l'instant $t = 0$, le patineur lance le ballon de masse $m_b$ avec une vitesse horizontal $\vec{v}_b$. Le patineur de masse $m_p$ part alors dans l'autre sens avec une vitesse $\vec{v}_p$.

Explication : Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen. On considère le système composé du patineur et du ballon. On néglige les forces de frottement des patins sur la glace. le système est soumis qu'à deux forces : le poids et l'action de la piste sur les patins. Ces deux forces se compensent, le système est donc pseudo-isolé. D'après le principe d'inertie, la quantité de mouvement $\vec{p}$ se conserve.

- Avant $t = 0$ s, le patineur et le ballon sont immobiles donc : $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{0}$
- Après $t = 0$ s, on a : $\vec{p} = m_b\vec{v}_b + m_p\vec{v}_p$

Comme la quantité de mouvement se conserve : $m_b\vec{v}_b + m_p\vec{v}_p = \overrightarrow{0}$

On projettant sur un axe horizontal, on a :

$$m_b v_b + m_p v_p = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v_p = -\frac{m_b}{m_p} v_b$$

Le patineur part bien dans le sens contraire du ballon. Comme la masse du ballon est beaucoup plus petite que la masse du patineur, la vitesse de celui-ci est beaucoup plus petite que la vitesse du ballon.

Remarque : La conservation de la quantité de mouvement explique ainsi le recul d'une arme à feu ainsi que la propulsion d'une fusée.

## 2 Mouvement d'une planète autour du Soleil

### 2.1 Expression de la vitesse de la planète

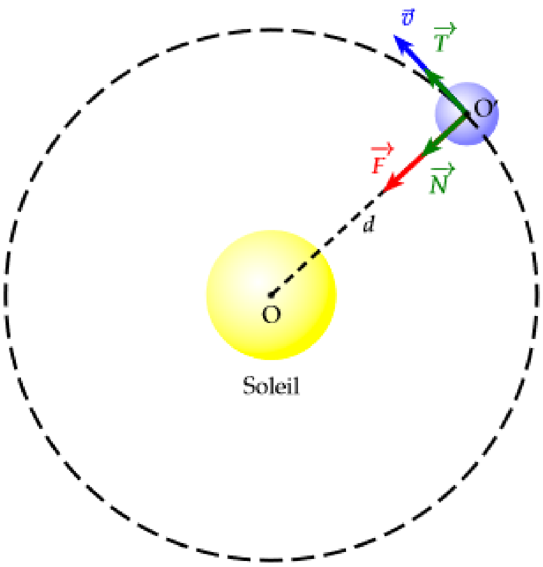
Pour étudier le mouvement d'une planète autour du soleil, on se situe dans un **référentiel héliocentrique** considéré comme galiléen.

On suppose que la trajectoire de la planète est un **cercle**[1] de centre O et de rayon $d$.

Pour étudier le mouvement, on prend un **repère de Frenet** ( O', $\overrightarrow{N}$, $\overrightarrow{T}$ ).

La planète n'est sousmis qu'à une seule force, la **force de gravitation** du Soleil.

On pose : $m_s$ : masse du Soleil
$m_p$ : masse de la planète




Comme le référentiel héliocentrique est considéré comme galiléen, et que la seule force en présence est la force de gravitation, d'après le PFD, on a :

$$\overrightarrow{F} = m_p \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad G\frac{m_p m_s}{d^2}\overrightarrow{N} = m_p \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = G\frac{m_s}{d^2}\overrightarrow{N}$$

Comme la force de gravitation est dirigé vers le centre du Soleil, l'accélération est normale et donc l'accélération tangentielle est nulle. On en déduit donc que : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = 0$. La vitesse est donc constante et donc le mouvement de la planète est un mouvement circulaire uniforme.

Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération vaut : $a = \dfrac{v^2}{d}$. On en déduit alors que :

$$\frac{Gm_s}{d^2} = \frac{v^2}{d} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Gm_s}{d}}$$

### 2.2 Période de révolution de la planète

Soit $T$ la période de révolution de la planète autour du soleil. Comme durant la période $T$, la planète parcourt la circonférence du cercle de rayon $d$ à la vitesse constante $v$, on a :

$$v = \frac{2\pi d}{T} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{Gm_s}{d}} = \frac{2\pi d}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi d\sqrt{\frac{d}{Gm_s}} = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{Gm_s}}$$

**Remarque :** On constate que le carré de la période de révolution est proportionnelle au cube du rayon du cercle (troisième loi de Képler)

1. en réalité, il s'agit d'une ellipse très proche d'un cercle

## 2.3 Les lois de Képler

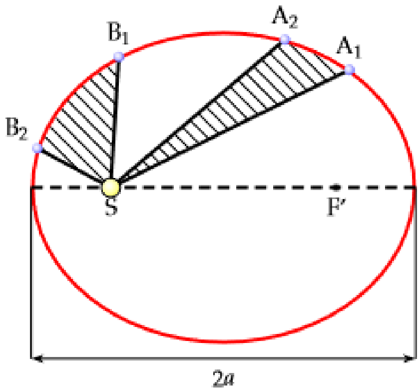
**Lois de Képler**

- **1^re loi :** Les planètes décrivent autour du Soleil des orbites elliptiques dont le Soleil occupe un des foyers.
- **2^e loi :** Le segment qui relie le Soleil et la planète balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux.
- **3^e loi :** Les carrés des périodes de révolution sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes des orbites :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante} \qquad \text{avec} \quad \begin{cases} T \ : \ \text{période de révolution} \\ a \ : \ \text{demi-grand axe de l'ellipse} \end{cases}$$

Remarque : L'aire comprise entre $A_1$ et $A_2$ est égale à l'aire comprise entre $B_1$ et $B_2$.

La relation de la 3^e loi revêt une importance que n'avait pas prévue Képler : elle permet de peser les corps (car la constante est inversement proportionnelle à la masse du corps central, ici le Soleil)




visualisation du mouvement d'une planète sur son orbite elliptique

## 2.4 Application

La Terre est assimilé à une sphère homogène de masse $M_T$, de centre T et de rayon $R_T = 6\,380$ km.
La période de rotation de la Terre sur elle-même dans le référentiel géocentrique appelée jour sidéral vaut $T = 86\,164$ s.
On considére que le champ de pesanteur terrestre $\vec{g_0}$ au niveau du sol est égal à $\mathcal{G}_0$ champ de gravitation à la surface de la Terre et $\mathcal{G}_0 = 9,80$ N.kg$^{-1}$

I - Pour lancer un satellite et le mettre sur orbite, on utilise une fusée. Cette fusée de centre d'inertie I, de masse $m = 300$ tonnes, est propulsée verticalement à partir du sol terrestre. Ses moteurs exercent une force de poussée de valeur $F = 4,30 \times 10^6$ N.

Dans un référentiel à préciser, établir l'expression de l'accélération initiale de la fusée si l'on néglige l'effet des forces de frottement. Calculer sa valeur numérique.

II - La fusée amène en quelques minutes le satellite hors de l'atmosphère et après passage sur une orbite de tranfert, la satellite se retrouve sur son orbite circulaire.

1) Faire un schéma (sans respecter l'échelle) sur lequel apparaîtra le vecteur champ de gravitation terrestre $\overrightarrow{\mathscr{G}}$ en I.

2) Montrer que l'expression de la valeur de ce champ de gravitation $\mathscr{G}(h)$ à l'altitude $h$ peut se mettre sous la forme :

$$\mathscr{G}(h) = \frac{g_0 \mathrm{R_T^2}}{(\mathrm{R_T} + h)^2}$$

Faire une application numérique pour $h = 820$ km.

3) Montrer que dans le référentiel géocentrique, le mouvement de ce satellite est uniforme.

4) Établir l'expression de la vitesse de ce satellite sur son orbite ainsi que celle de sa période, en fonction de $g_0$, $\mathrm{R_T}$ et $h$.

III - La fusée peut libérer plusieurs types de satellites artificiels, les données relatives à 2 de ces satellites figure dans le tableau c-dessous :

| | **Météosat** | **Spot** |
|---|---|---|
| Altitude $h$ en km | 35 800 | 820 |
| Période $T$ en min | 1 436 | |
| Vitesse $v$ en m.s$^{-1}$ | | |

1) Calculer les valeurs manquantes du tableau.

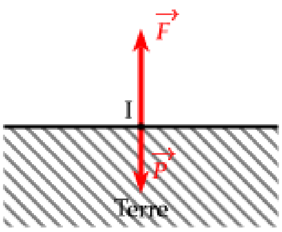
2) L'un des deux satellites est dit géostationnaire. Indiquer lequel et justifier la réponse.

3) Expliquer pourquoi la trajectoire de ce satellite géostationnaire est nécessairement dans le plan équatorial

I - Comme la fusée au démarage se trouve sur le sol terrestre et que la période de décollage dure peu de temps, on se trouve dans les conditions de laboratoire, le référentiel terrestre peut donc être considéré comme galiléen.

Comme la fusée décolle verticalement, les forces en présence, le poids et la poussée de la fusée, sont situées sur la verticale du lieu. On a alors le schéma ci-contre. D'après le PFD, on a :

$$\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$$

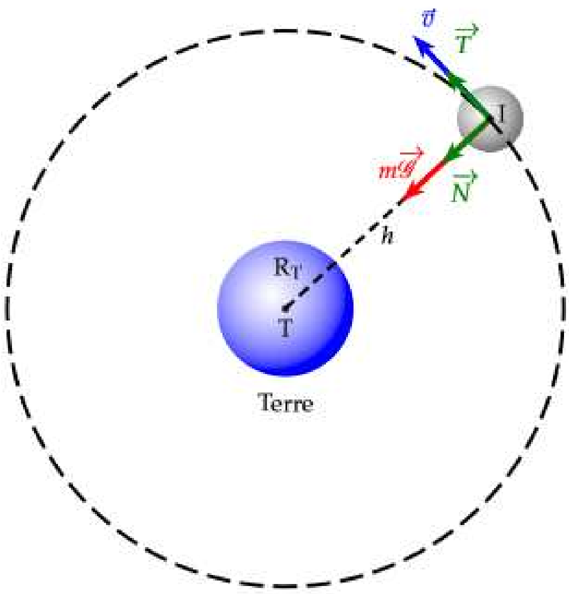



On projette sur l'axe vertical orienté vers le haut

$$F - P = ma \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F-P}{m} = \frac{F - mg_0}{m} = \frac{F}{m} - g_0$$

$$a = \frac{4,30 \times 10^6}{300 \times 10^3} - 9,80 = 4,53 \text{ m.s}^{-1}$$

II - 1) On a le schéma suivant :




2) En égalisant la force de gravitation avec la force de pesanteur, on a :

$$G\frac{M_T m}{(R_T+h)^2} = m\mathscr{G}(h)$$
$$\mathscr{G}(h) = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$$
$$\text{or} \quad g_0 = \mathscr{G}(0) = \frac{GM_T}{R_T^2} \quad \text{donc} \quad GM_T = g_0 R_T^2$$
$$\mathscr{G}(h) = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T+h)^2}$$
$$\mathscr{G}(820\times 10^3) = \frac{9,80\times 6380^2}{(6380+820)^2} = 7,69\ \text{m.s}^{-2}$$

3) Dans le repère géocentrique, on étudie le système dans le repère de Frenet. Comme la seule force en présence, la force de gravitation, est normale, l'accélération tangentielle est nulle et donc $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$. Le mouvement du satellite est donc un mouvement circulaire uniforme.

4) Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération normale $\mathscr{G}(h)$ obéit à la relation :

$$\mathscr{G}(h) = \frac{v^2}{R_T+h} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\mathscr{G}(h)(R_T+h)} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$$

On trouve alors pour Spot : $v = 7\,443\ \text{m.s}^{-1}$

On a la relation entre la vitesse $v$ et la période de révolution $T$ suivante :

$$v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}} = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

On trouve alors pour Spot : $T = 6\,078$ s

III - 1) On obtient le tableau ci-dessous :

| | **Météosat** | **Spot** |
|---|---|---|
| Altitude $h$ en km | 35 800 | 820 |
| Période $T$ en min | 1 436 | 101 |
| Vitesse $v$ en m.s$^{-1}$ | 3 075 | 7 443 |

2) Pour savoir si un satellite est géostationnaire, il faut connaître sa période de révolution en seconde et la comparer au jour sidéral 86 164 s.

Pour Météosat : $1\,436 \times 60 = 86\,160$ s

Météosat est donc géostationnaire.

3) Si un satellite est géostationnaire, son axe de révolution doit être l'axe de rotation de la Terre et comme le satellite tourne dans un plan passant par le centre de la Terre, le satellite se trouve donc dans le plan équatorial.