Chapitre 02
Caractéristiuqes des ondes

Table des matières

1 Onde périodique

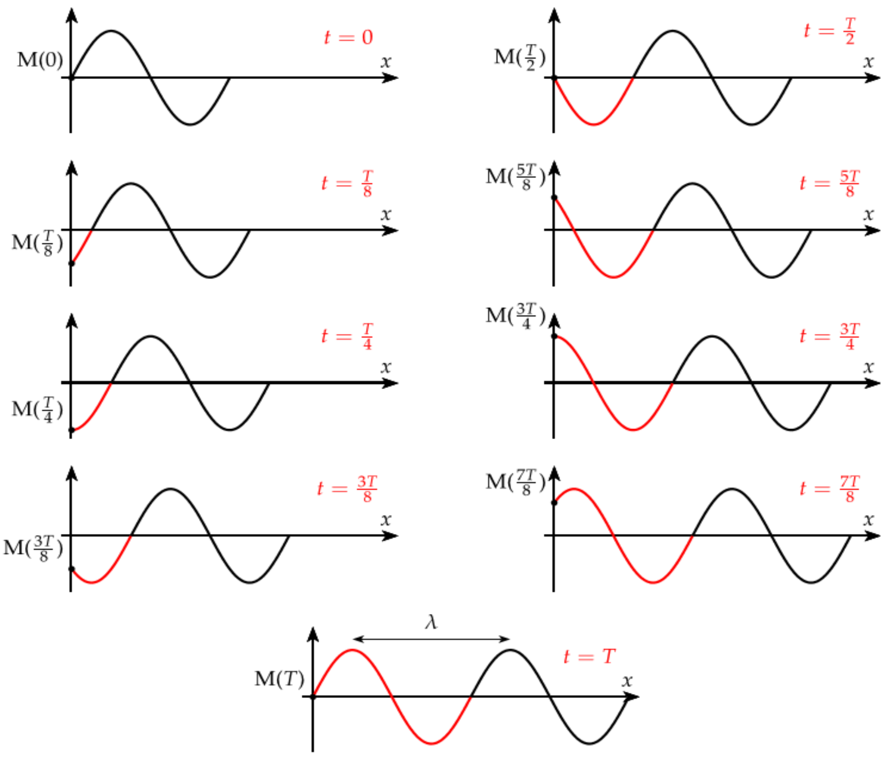
Définition 1 : On appelle **onde périodique** une onde dont la perturbation est entretenue et se répète à l'identique pendant des intervalles de temps égaux.

Une onde périodique est caractérisée par une périodicité temporaire et une périodicité spaciale.

- La **période**, T, exprimée en seconde (s), correspond à la périodicité temporaire : temps nécessaire pour que la perturbation en un point donné décrive un mouvement complet.
- La **fréquence** f, exprimée en hertz (Hz), inverse de la période, correspond au nombre de mouvements complets qu'effectue la perturbation en une seconde.
- La **longueur d'onde**, λ, exprimée en mètre (m), correspond à la périodicité spatiale : distance qui sépare deux points consécurifs de l'espace qui se trouvent dans le même état de perturbation à un instant donné. On dit que ces points sont en phase.

Exemple : Ondes sinusoîdales de période T et de longueur d'onde λ

On a représenté ci-dessous la progression d'une onde progressive transversale sinusoïdale pendant une période ainsi que le point M d'abscisse $x = 0$. La longueur d'onde correspond à la longueur séparant deux maximum successifs.



2 Les ondes sinusoïdales

Définition 2 : Un onde sinusoïdale est une perturbation matérialisée par une fonction sinus ou cosinus de l'espace et du temps.
Lorsqu'une source d'onde effectue un mouvement sinusoïdal, la perturbation qui se propage décrit aussi une onde sinusoïdale.
Pour une onde unidirectionnelle transversale, l'expression de la fonction sinusoïdale $y(x,t)$ est de la forme :

$$y(x,t) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - ct) \quad \text{avec} \quad A \text{ : l'amplitude}$$

On a alors les relations : $c = \dfrac{\lambda}{T}$ et $f = \dfrac{1}{T}$

Exemples :

1) L'extrémité O d'une corde horizontale tendue est soumise à une vibration sinusoïdale de fréquence f. La célérité v de l'onde est : $v = 1,2$ m.s^{-1}. L'ordonnée y_0 du point O fait apparaître trois périodes complètes en 5,1 s. Calculer la longueur d'onde λ de l'onde.

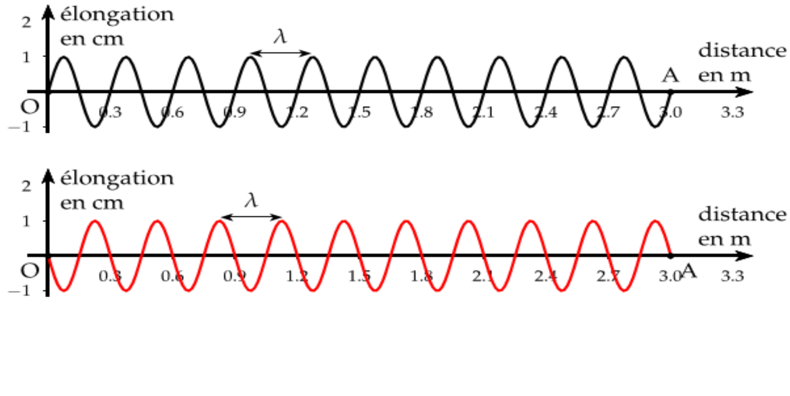
   Comme on a trois périodes en 5,1 s, la période $T = \dfrac{5,1}{3} = 1,7$ s.

   On connaît la période et la célérité, on a donc $\lambda = c \times T = 1,2 \times 1,7 = 2,04$ m

2) La période d'une vibration sinusoïdale d'une corde tendue horizontalement est de 0,1 s.
   À la date t, l'élongation d'un point O de la corde est nulle. Une photo est prise. Entre le point O et un point A, situé à une distance $d = 3,0$ m de O, la photo fait apparaître 10 oscillations d'amplitude 1 cm.

   a) Tracer l'allure de la corde aux dates : t, $t + T$ et $t + \dfrac{3T}{2}$
   b) Déterminer la longueur d'onde λ de l'onde
   c) En déduire la célérité de l'onde.

   a) L'allure de la corde aux dates t et $t + T$ sont identiques car T est la période de la vibration. D'une façon générale, il en est de même pour les dates $t + kT$ avec $k \in \mathbb{N}$. On obtient l'allure suivante :



Le deuxième graphique représente l'allure de la corde à la date $t + \frac{3T}{2}$.

Les deux allures sont en opposition de phase (le maximum de l'une est le minimum de l'autre).

b) La longueur d'onde $\lambda = \frac{3,0}{10} = 0,3$ m

c) De la longueur d'onde et de la période : $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,3}{0.1} = 3$ m.s^{-1}

3 Les ondes acoustiques

3.1 Les sons audibles

Le recepteur humain du son se compose de trois parties : l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Le son, intercepté par le pavillon, est canalisé par le canal auditif jusqu'au tympan, qui se met à vibrer. Ces trois parties constituent l'oreille externe. Celle-ci aide à déterminer la direction du son et fournit une cavité résonnante qui amplifie les sons moyens de fréquence entre comprises 3 000 et 4 000 Hz. L'oreille est 1000 fois plus sensible à 3 000 Hz qu'à 100 Hz. Si l'oreille était plus sensible aux basses fréquences, on vivrait dans le bourdonnement permanent du bruit interne du corps.
L'oreille moyenne relie le tympan à la fenêtre ovale par l'intermédiaire de 3 trois os oscillants. Ce dispositif amplifie la force exercée sur la fenêtre flexible sur l'oreille interne.
L'oreille interne convertit le signal mécanique de pression en signal électrique dans les nerfs.

L'oreille humaine peut entendre des sons dont la fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 000 Hz.
- Un son de fréquence inférieur à 20 Hz est appelé **infra-son**.
- Un son de fréquence supérieur à 20 000 Hz est appelé **ultra-son**.

3.2 Analyse du son

On distingue plusieurs type de son :
- Le **son pur** qui correspond à un signal sinusoïdal : un diapason donne le la_3 qui permet à l'orchestre de s'accorder. Sa fréquence est de 440 Hz.
- Le **son musical**, plus complexe, produit par un instrument de musique : il est alors la somme de plusieurs signaux sinusoïdaux.

L'oreille peut distinguer la hauteur et le timbre d'un son :

Hauteur d'un son
La hauteur d'un son est une perception de l'oreille permettant de distinguer la fréquence d'un son. Pour un son pur l'oreille détecte la fréquence du signal sinusoïdal. Pour un son musical, l'oreille détecte la fréquence la plus basse de tous les signaux sinusoïdaux : la fréquence fondamental. Les autres fréquences du son sont des multiples de cette fréquence fondamentale f_1.

Timbre d'un son
Une autre sensation auditive, qui nous permet de distinguer les sons est le timbre. En écoutant une flûte, une trompette, un saxophone, un violon ou un diapason, jouant la même note (même hauteur) avec la même intensité sonore, on peut facilement reconnaître la couleur de chaque instrument. La qualité, qui permet de faire cette distinction, est le timbre, qui dépend principalement de la forme de l'onde, c'est à dire des fréquences présentes et de leurs amplitudes.

3.3 Analyse spectrale d'un son

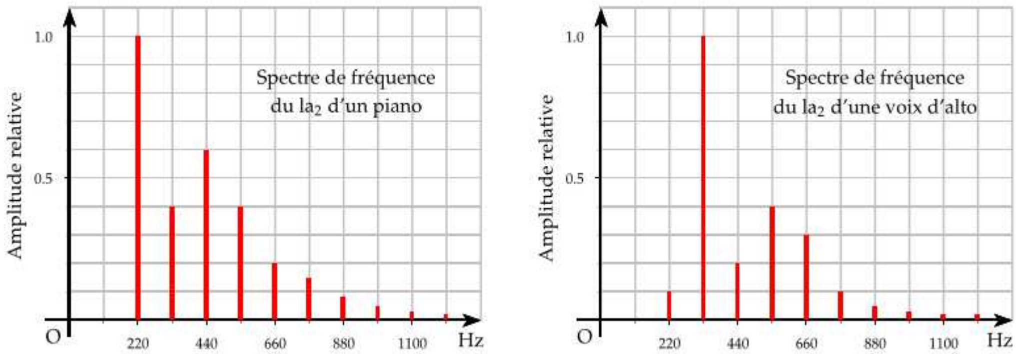
Transformée de Fourier Une bonne technique mathématique pour analyser les ondes a été conçu en 1807 par le phyqicien français Jean-Baptiste Fourier. Il a établi que toute onde présente dans la nature peut être considérée comme résultant de la superposition d'ondes sinusoïdales. Cela peut se réaliser dans le cas du son par l'oreille humaine ou une analyse de spectre.

Un signal périodique peut donc s'exprimer comme somme de fonctions sinusoïdales dont chacune des fréquences f_n est un multiple d'une fréquence f_1 (hauteur du son), qui pour un son musical, s'appelle la fréquence fondamentale ou 1re harmonique. f_n est alors la n -ième harmonique

Remarque : La deuxième harmonique correspond à l'octave ($F_2 = 2F$) et la troisième à la quinte ($F_3 = 3F$)

Une transformée de Fourier permet d'obtenir un spectre en fréquence. Un son pur ne fait alors apparaître qu'un seul pic de fréquence : la fréquence fondamentale

Voici deux spectre en fréquence du la_2 par un piano et d'une voix d'alto.



On obtient les profils suivants des ondes produites par le piano et par une voix d'alto :

4 Le niveau sonore

4.1 Définition

Définition 3 : Une source sonore émet une certaine puissance acoustique qui s'exprime en watts (W).
On appelle **intensité acoustique** I le quotient de la puissance acoustique P par la surface S, perpendiculaire à la direction du son, qui la reçoit :

$$\mathrm{I} = \frac{P}{S} \qquad \text{en W.m}^{-2}$$

Le **seuil d'audibilité** de l'oreille humaine à 1 kHz est de : 10^{-12} W.m^{-2}

Le **seuil de la douleur** de l'oreille humaine à 1 kHz est de : 25 W.m^{-2}

Remarque : L'amplitude des intensités que peut percevoir l'oreille humaine varie d'un facteur de 10^{12} ce qui fait de très grandes variations. Pour cette raison, on adopte une échelle logarithmique : le niveau sonore.

Définition 4 : On appelle niveau sonore, le nombre L, exprimé en décibel dB, défini par :

$$L = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}$$

Avec $\mathrm{I}_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} seuil d'audibilité

Remarque : Le décibel comme de radian n'est pas une unité physique qu'on peut exprimer à l'aide des unités fondamentales (mètre, kilogramme et seconde). Il sert seulement à se rappeler la signification du nombre qui le précède et donne ainsi une échelle de valeur.

Exemple : Par exemple l'intensité d'une conversation normale qui correspond à $\mathrm{I} = 10^5 \mathrm{I}_0$, le niveau sonore vaut : $L = 10 \log 10^5 = 10 \times 5 = 50$ dB.

4.2 Rappel mathématique sur la fonction logarithme décimal

Définition 5 : La fonction logarithme décimale, notée, log est telle que pour $n \in \mathbb{N}$: $\log 10^n = n$, par exemple $\log 10^5 = 5$.
D'une façon plus générale avec $x \in \mathbb{R}_+^*$ et $y \in \mathbb{R}$:

$$y = \log x \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^y$$

Remarque : La fonction logarithme décimal permet de donner l'ordre de grandeur d'un nombre, car la valeur entière du logarithme permet de connaître l'encadrement du nombre à l'aide de deux puissances de 10 consécutives.

Exemple : $\log x = 2,321$ alors $10^2 < x < 10^3$

Propriétés de la fonction logarithme décimal

- $\log 1 = 0$ et $\log 10 = 1$
- La fonction logarithme change un produit en somme : $\log(ab) = \log a + \log b$
- La fonction logarithme change un quotient en différence : $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
- La fonction logarithme change l'inverse en opposé : $\log \frac{1}{a} = -\log a$
- La fonction logarithme change une puissance en produit : $\log a^n = n \log a$

Exemple : Considérons 10 violons identiques, chacun de niveau 70 dB. Quel sera le niveau sonore s'ils jouent ensemble

Soit I_1 l'intensité d'un violon et I_2 l'intensité de 10 violons. On a alors : $\frac{I_2}{I_1} = 10$

Soit L_1 le niveau sonore d'un violon, on a alors : $L_1 = 70$ dB. En appelant L_2 le niveau sonore de 10 violons on a :

$$
\begin{aligned}
L_2 &= 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \times \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} + 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\
&= 10 \log 10 + 70 = 10 + 70 = 80 \text{ dB}
\end{aligned}
$$

Remarque : Lorsque l'on multiplie l'intensité par 10, le niveau sonore augmente de 10 dB. Une variation de l'intensité de 1 à 10^{12} correspond à une variation de niveau sonore de 0 à 120 dB.

Pour en savoir plus sur la fonction logarithme, voir le chapitre de mathématiques : *La fonction logarithme népérien*

4.3 Application

Un haut-parleur (HP) au milieu d'une pièce diffuse un son de 100 Hz. Comme l'oreille capte moins bien les sons de basses fréquences, le seuil d'audibilité à 100 Hz est de 38 dB.
On mesure le niveau sonore à 25 cm du HP, on trouve alors 56 dB

a) Quel est le niveau sonore à 50 cm.

b) D'une manière générale, montrer que si l'on double sa distance au HP, on perd 6 dB.

c) Déterminer la distance minimum au HP où l'auditeur n'entend plus rien.

1) On sait que pour une source sonore de puissance P donné, l'intensité sonore ne dépend que de la la surface de réception à une distance donnée. Comme le son est une onde tridimentionnelle qui se diffuse de façon identique dans chaque direction, la surface à considérer une sphère de rayon r.

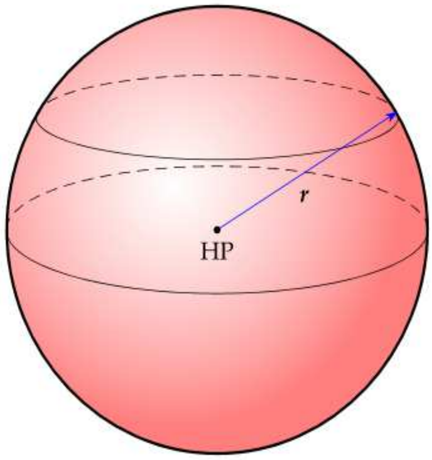
La surface S d'une sphère de rayon r vaut : $S = 4\pi r^2$

Si on calcule le rapport de deux intensités I_1 et I_2 pour des rayons respectifs r_1 et r_2, on a :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{P}{S_2}}{\frac{P}{S_1}} = \frac{P}{S_2} \times \frac{S_1}{P} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Le rapport des intensités correspond à l'inverse du rapport des rayons au carré.



On pose : $r_1 = 0,25$ m et $r_2 = 0,50$ m. On a alors les niveaux sonores respectifs : $L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$ et $L_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$. On a donc :

$$L_2 - L_1 = 10 \left[\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0}\right]$$

la différence des log correspond au log du quotient donc :

$$= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \div \frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \times \frac{I_0}{I_1}\right)$$

$$= 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \qquad \text{car } \log a^2 = 2 \log a$$

$$= 20 \log \frac{0,25}{0,50} = 20 \log \frac{1}{2} \qquad \text{comme } \log \frac{1}{a} = -\log a$$

$$= -20 \log 2$$

On a alors : $L_2 = -20 \log 2 + L_1 = -6 + 56 = 50$ dB

2) Si on a $r_2 = 2r_1$, d'après les calculs effectués plus haut, on a :

$$L_2 - L_1 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} = 20 \log \frac{1}{2} = -20 \log 2 = 6 \text{ dB}$$

Lorsque l'on double la distance, le niveau sonore baisse de 6 dB.

3) On cherche le rayon minimum r_m tel que le niveau sonore $L_m = 38$ dB.

D'après les calculs précédents :

$$L_m - L_1 = 20 \log \frac{r_1}{r_m} \quad \Leftrightarrow \quad \log \frac{r_1}{r_m} = \frac{L_m - L_1}{20} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{r_1}{r_m} = 10^{\frac{L_m - L_1}{20}}$$

On obtient alors : $r_m = \dfrac{r_1}{10^{\frac{L_m - L_1}{20}}} = \dfrac{0,25}{10^{-0,9}} = 1,98$ m

À 2 m du HP, on peut dire que l'auditeur n'entend plus rien